

Yo-tehtävä K2021/8

8. Pinta-alan arviointi simuloinnilla 12 p.

Tasojoukon A pisteet (x, y) määräytyvät epäyhtälöistä $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 4$ ja $y \geq x^2$. Tässä tehtävässä on tarkoitus arvioida joukon A pinta-alaa simulaation avulla käyttämällä sitä tietoa, että todennäköisyys on suoraan verrannollinen pinta-alaan. Arvotaan pisteitä (x, y) suorakulmiosta B , jonka määräävät epäyhtälöt $0 \leq x \leq 2$ ja $0 \leq y \leq 4$.

1. Tee sopivalla ohjelmistolla koodi, joka arpoo 1 000 pistettä suorakulmiosta B ja tulostaa vastauksena niiden pisteiden lukumäärän, jotka kuuluvat joukkoon A . Kerro sanallisesti ja sopivien kuvakaappausten avulla, miten toteutit koodisi. (Vihje: Voit käyttää esimerkiksi taulukkolaskennan satunnaislukugeneraattoria.) (6 p.)

 *K2021_8.py

```
from math import *
from random import *
#Tuodaan math- ja random-moduulien funktiot

laskuri = 0
#Asetetaan laskurin alkuarvoksi nolla.

for i in range(1000):
    ♦♦x=uniform(0,2)
    ♦♦y=uniform(0,4)
    #random-moduulin uniform-funktio arpoo satunnaisen reaaliluvun annetulta väliltä.
    #for-silmukka toistaa 1000 kertaa pisteiden (x, y) arvonnin alueesta B (2 x 4 -suorakulmio).
    ♦♦if y >= x**2:
    #Testataan, onko piste (x,y) paraabelin y=x^2 yläpuolella (tai paraabelilla).
    ♦♦♦♦laskuri=laskuri + 1
    #Laskurin arvoa kasvatetaan aina yhdellä, jos arvottu piste kuuluu tehtävänannon tasoalueeseen A.

print(laskuri)
```

Esimerkkituloste:

```
>>>#Running K2021_8.py
>>>from K2021_8 import *
659
>>>
```

Tuhannesta arvotusta
alueen B pisteestä 659
kuului alueeseen A.

2. Hille ajoi kohdassa 1 tekemänsä koodin 10 kertaa ja sai alla olevat luvut. Laske tulosten keskiarvo ja arvioi tämän perusteella joukon A pinta-alaa. (6 p.)

Hillen koodin tulosteet: 673, 664, 672, 679, 667, 650, 640, 678, 660, 667

Tulosten keskiarvoksi saadaan 665.

$$\frac{673+664+672+679+667+650+640+678+660+667}{10} = 665.$$

Tämä tarkoittaa, että simulaation perusteella $\frac{665}{1000} = 66,5\%$ suorakulmion B pisteistä kuuluu tasoalueeseen A .

Koska (geometrinen) todennäköisyys on verrannollinen pinta-alaan, on tasoalueen A pinta-ala myös n. $66,5\%$ suorakulmion B pinta-alasta.

Simulaation perusteella joukon A pinta-ala on siis

$$\frac{665}{1000} \cdot 2 \cdot 4 = 5,32 \approx 5,3$$

(Tarkka arvo on $\frac{16}{3} = 5,333 \dots$)

$$2 \cdot 4 - \int_0^2 x^2 dx = \frac{16}{3}$$

