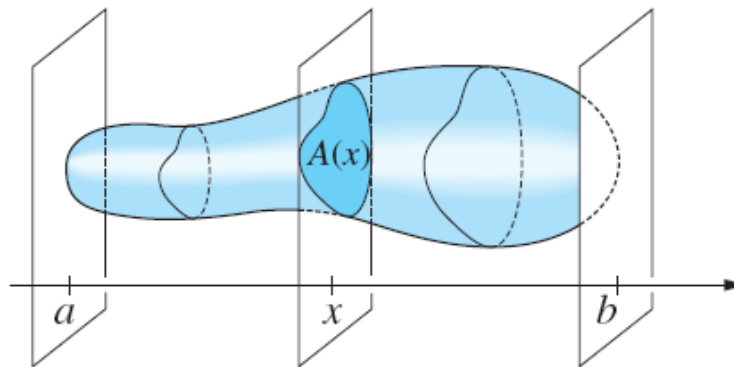


Tilavuusintegraali

Kappaleen tilavuus voidaan laskea integraalina, jos kappaleen poikkileikkaus saadaan esitettyä integroimismuuttujan (x :n) lausekkeena.

$$V = \int_a^b A(x) dx$$

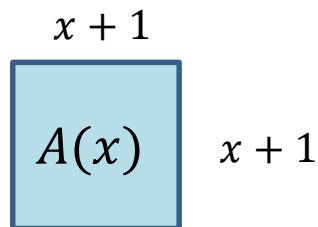


$A(x)$ on x – akselia vastaan kohtisuoran poikkileikkauksen pinta-ala kohdassa x .

Kappaleen voidaan ajatella koostuvan ohuista siivuista (lieriöistä), joiden pohjan pinta-ala on $A(x)$ ja korkeus (pohjien välimatka) dx . (Differensiaaliksi dx lähestyy nollaa, jolloin saadaan tarkka tilavuus.)

t. 162, s. 42

a) Poikkileikkaus korkeudella x (m):



$$V = \int_a^b A(x) dx$$

$$A(x) = (x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

b) Tilavuus (kuutiometreinä):

$$V = \int_0^4 (x^2 + 2x + 1) dx = \int_0^4 \left(\frac{1}{3} x^3 + x^2 + x \right) = \frac{1}{3} 4^3 + 4^2 + 4 = \frac{124}{3} \approx 41,33$$

(Integrointi
laskinohjelmalla
käy myös tässä.)

Vastaus: Siilon tilavuus on 41 m^3 .