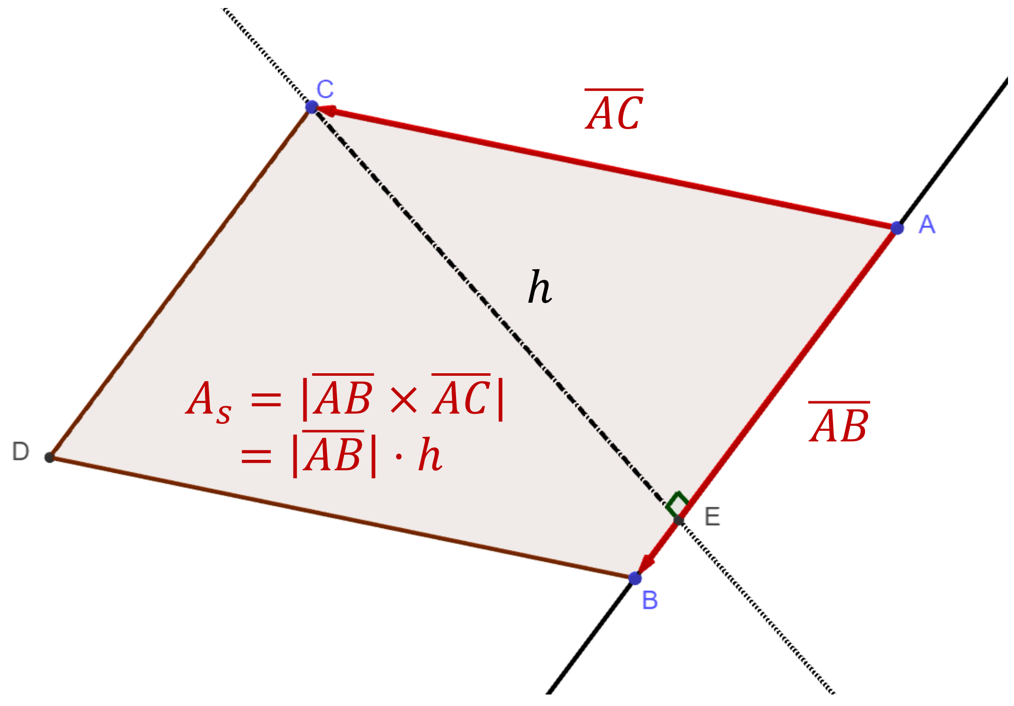
t. 419, s. 118

Pisteen $C = (8, 9, 5)$ etäisyys pisteiden $A = (1, 6, 4)$ ja $B = (3, 8, 1)$ kautta kulkevasta suorasta on yhtä suuri kuin vektorien $\overline{AB}$ ja $\overline{AC}$ virittämän suunnikkaan kannalle AB piirretyn korkeusjanan pituus h.



$$\overline{AB} = \begin{bmatrix} 3-1 \\ 8-6 \\ 1-4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\overline{AC} = \begin{bmatrix} 8-1 \\ 9-6 \\ 5-4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Mallikuva on suuntaa antava. Tarkka mallikuva saattaisi johtaa väärään ratkaisutapaan, koska osoittautuu, että tässä tehtävässä $E = B$. ilman perusteluja ei voitaisi näin olettaa.

Lasketaan suunnikkaan pinta-ala A_s ristitulovektorin pituutena laskinohjelmaa hyödyntäen.

$$\overline{AB} \times \overline{AC} = \begin{bmatrix} 11 \\ -23 \\ -8 \end{bmatrix}, \qquad A_s = |\overline{AB} \times \overline{AC}| = \sqrt{714}$$

$$ab := \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$ac := \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{crossP}(ab, ac) \qquad \begin{bmatrix} 11 \\ -23 \\ -8 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{norm}\left(\begin{bmatrix} 11 \\ -23 \\ -8 \end{bmatrix}\right) \qquad \sqrt{714}$$

Kannan AB pituus on $|\overline{AB}| = \sqrt{17}$.

$$\mathrm{norm}(ab) \qquad \sqrt{17}$$

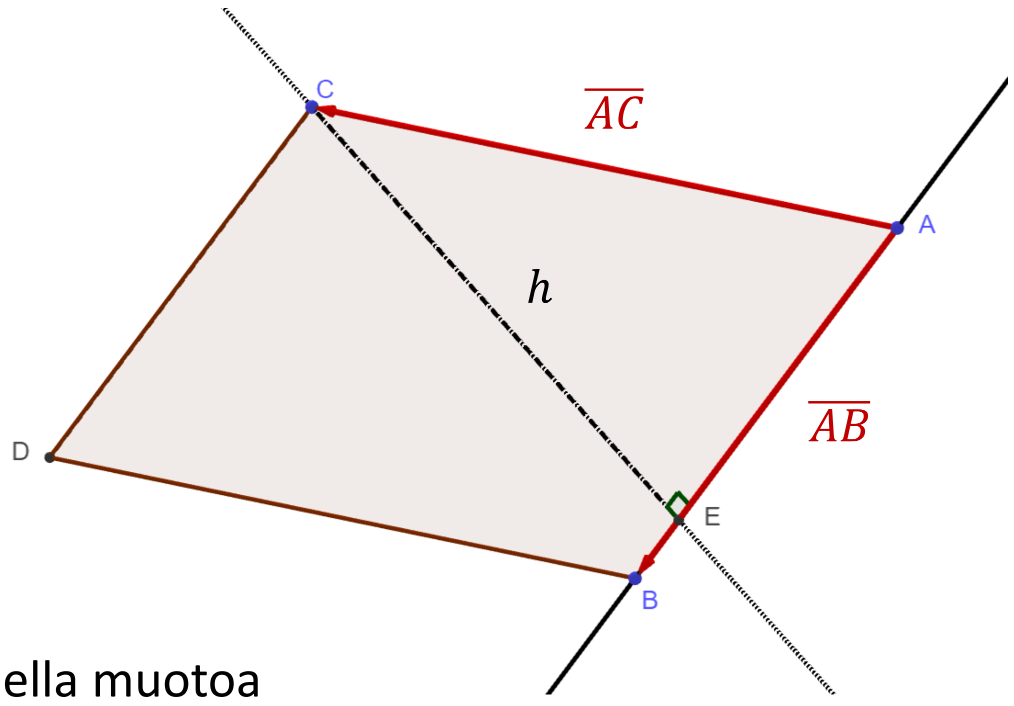
Pisteen C etäisyys suorasta on

$$h = \frac{A_s}{|\overline{AB}|} = \frac{\sqrt{714}}{\sqrt{17}} = \sqrt{42} \ (\approx 6{,}48)$$

Toinen tapa: (vrt. esim. 4, s. 113)

Muodostetaan suoran parametriyhtälö pisteen

$A = (1, 6, 4)$ ja suuntavektorin $\overline{AB} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ avulla.



$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 6 + 2t, \qquad t \in \mathbb{R} \\ z = 4 - 3t \end{cases}$$

Olkoon E se suoran piste, joka on lähinnä pistettä C.

Koska E on suoran AB piste, se on parametriyhtälön perusteella muotoa $E = (1 + 2t, 6 + 2t, 4 - 3t)$.

Vektorien $\overline{AB}$ ja $\overline{EC}$ pistetulo on nolla, koska korkeusjana on kohtisuorassa kantaa vastaan.

Tämä osoittaa, että $E = B$.

$$\overline{EC} = \begin{bmatrix} 8 - (1 + 2t) \\ 9 - (6 + 2t) \\ 5 - (4 - 3t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 - 2t \\ 3 - 2t \\ 1 + 3t \end{bmatrix}$$

Yhtälöstä $\overline{AB} \cdot \overline{EC} = 0$ saadaan parametrin arvoksi $t = 1$.

Siis $\overline{EC} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ ja kysytty etäisyys $h = |\overline{EC}| = \sqrt{42}$.

TI-Nspire:

Pisteet voidaan samaistaa paikkavektoreiksi, jolloin kahden pisteen väliset vektorit saadaan vektorien erotuksena: ”Loppupisteen paikkavektori miinus alkupisteen paikkavektori”

Perustelu:
$$\overline{AB} = \overline{AO} + \overline{OB} = -\overline{OA} + \overline{OB} = \overline{OB} - \overline{OA}$$

$oa:=\begin{bmatrix}1\\6\\4\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}1\\6\\4\end{bmatrix}$
$ob:=\begin{bmatrix}3\\8\\1\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}3\\8\\1\end{bmatrix}$
$oc:=\begin{bmatrix}8\\9\\5\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}8\\9\\5\end{bmatrix}$
$oe:=\begin{bmatrix}1+2\cdot t\\6+2\cdot t\\4-3\cdot t\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}2\cdot t+1\\2\cdot t+6\\4-3\cdot t\end{bmatrix}$
$ab:=ob-oa$	$\begin{bmatrix}2\\2\\-3\end{bmatrix}$
$ec:=oc-oe$	$\begin{bmatrix}7-2\cdot t\\3-2\cdot t\\3\cdot t+1\end{bmatrix}$
$\mathrm{solve}(\mathrm{dotP}(ab,ec)=0,t)$	$t=1$
$t:=1$	1
ec	$\begin{bmatrix}5\\1\\4\end{bmatrix}$
$\mathrm{norm}(ec)$	$\sqrt{42}$