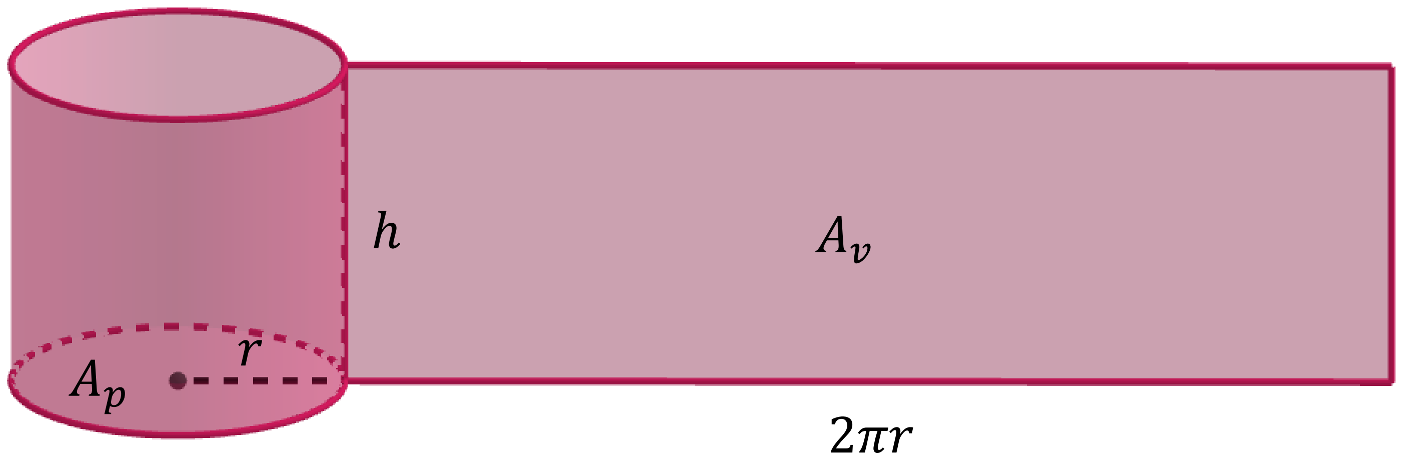
t. 141, s. 32

Koska pelti on tasapaksua, mahdollisimman kevyen mukin pellin kokonaispinta-ala A on mahdollisimman pieni.

$$A = A_p + A_v$$

Pinta-ala kahden muuttujan funktiona:

$$A(r,h) = \pi r^2 + 2\pi rh$$



Pinta-ala saadaan yhden muuttujan funktioksi mukin tilavuuden $V = 1\ \mathrm{l} = 1000\ \mathrm{cm}^3$ perusteella. Käytetään pituusyksikköinä senttimetrejä, jolloin tilavuus on kuutiosenttimetreinä.

$$V(r,h) = \pi r^2 h = 1000, \quad \text{josta saadaan} \quad h = \frac{1000}{\pi r^2}.$$

Mukin pinta-ala (cm^2) säteen r funktiona on siis

$$A(r) = \pi r^2 + 2\pi r \cdot \frac{1000}{\pi r^2} = \pi r^2 + \frac{2000}{r}, \quad \text{missä } r > 0.$$

Tutkitaan funktion $A(r)$ kulkua derivaatan avulla laskinohjelmaa hyödyntäen.

$$A'(r) = 2\pi r - \frac{2000}{r^2}$$

Derivaattafunktion nollakohdat:

$$A'(r) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad r = \frac{10}{\pi^{\frac{1}{3}}} = \frac{10}{\sqrt[3]{\pi}} \approx 6{,}8$$

Laaditaan kulkukaavio testipisteiden ($r = 1$ ja $r = 7$) avulla:

	0		$\frac{10}{\sqrt[3]{\pi}}$	
$A'(r)$	ei	$-$	0	$+$
$A(r)$	ei	$\searrow$	min	$\nearrow$

TI-Nspire: Merkitään $A'(r) = d(r)$

$a(r):=\pi\cdot r^2+\frac{2000}{r}$	*Valmis*
$d(r):=\frac{d}{dr}(a(r))$	*Valmis*
$d(r)$	$2\cdot\pi\cdot r-\frac{2000}{r^2}$
$\text{solve}(d(r)=0,r)$	$r=\frac{10}{\pi^{\frac{1}{3}}}$
$\text{solve}(d(r)=0,r)$	$r=6.82784$
$d(1)$	$^{-}1993.72$
$d(7)$	3.16597

Kulkukaavion perusteella funktio A saa pienimmän arvonsa derivaatan ainoassa nollakohdassa $r = \frac{10}{\sqrt[3]{\pi}} \approx 6{,}8.$

Mukin korkeus on tällöin $h = \frac{1000}{\pi r^2} = \frac{10}{\sqrt[3]{r}} = r \approx 6{,}8.$

Muki on siis mahdollisimman kevyt, kun pohjan säde ja korkeus ovat molemmat $6{,}8\ \mathrm{cm}.$