t. 119, s. 19

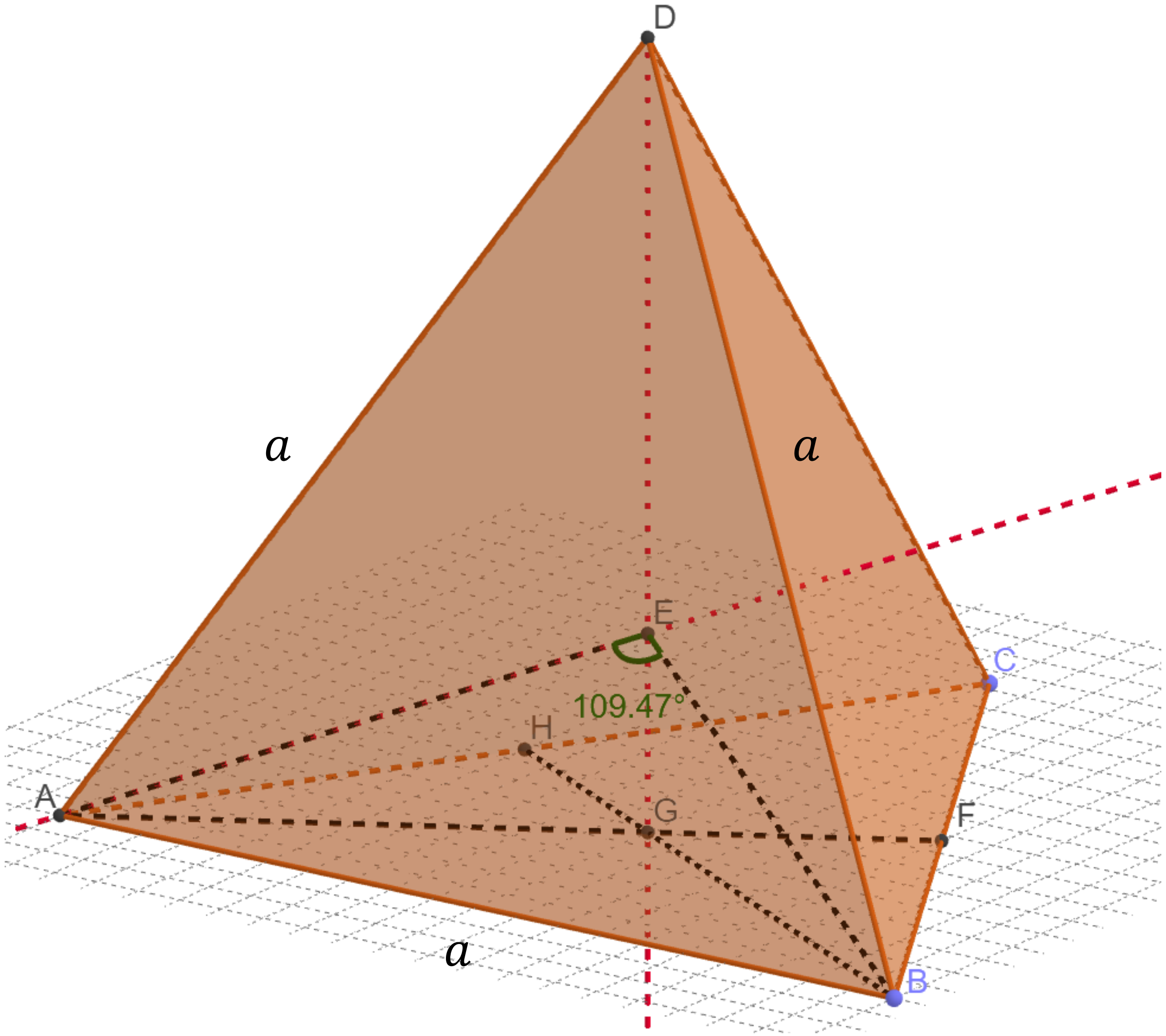
Piirretään mallikuvio GeoGebran 3D-tilassa.

Keskipiste sijaitsee tetraedrin kärjestä vastakkaiselle sivutahkolle piirretyllä normaalilla. Piirretään kaksi tällaista normaalia (kuvassa punaisilla katkoviivoilla).

Tetraedrin keskipiste (eli hiilimolekyyli) sijaitsee näiden normaalien leikkauspisteessä. Piirretään myös janat keskipisteestä kahteen kärkeen (A ja B). Näiden janojen välinen kulma on kysytty sidoskulma.

Huipusta D piirretty normaali leikkaa pohjatahkon mediaanien leikkauspisteessä. (Tasasivuisessa kolmiossa mediaanit ovat myös kulmanpuolittajia, keskinormaaleja sekä korkeusjanoja.)

Tarkastellaan seuraavaksi tetraedrin pohjatahkoa xy −tasossa (GeoGebran 2D-piirtotilassa).

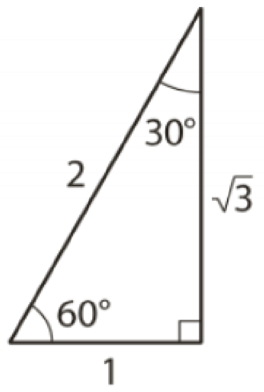


Merkitään a = tetraedrin sivusärmän pituus

Mediaanin AF pituus on (muistikolmion perusteella)

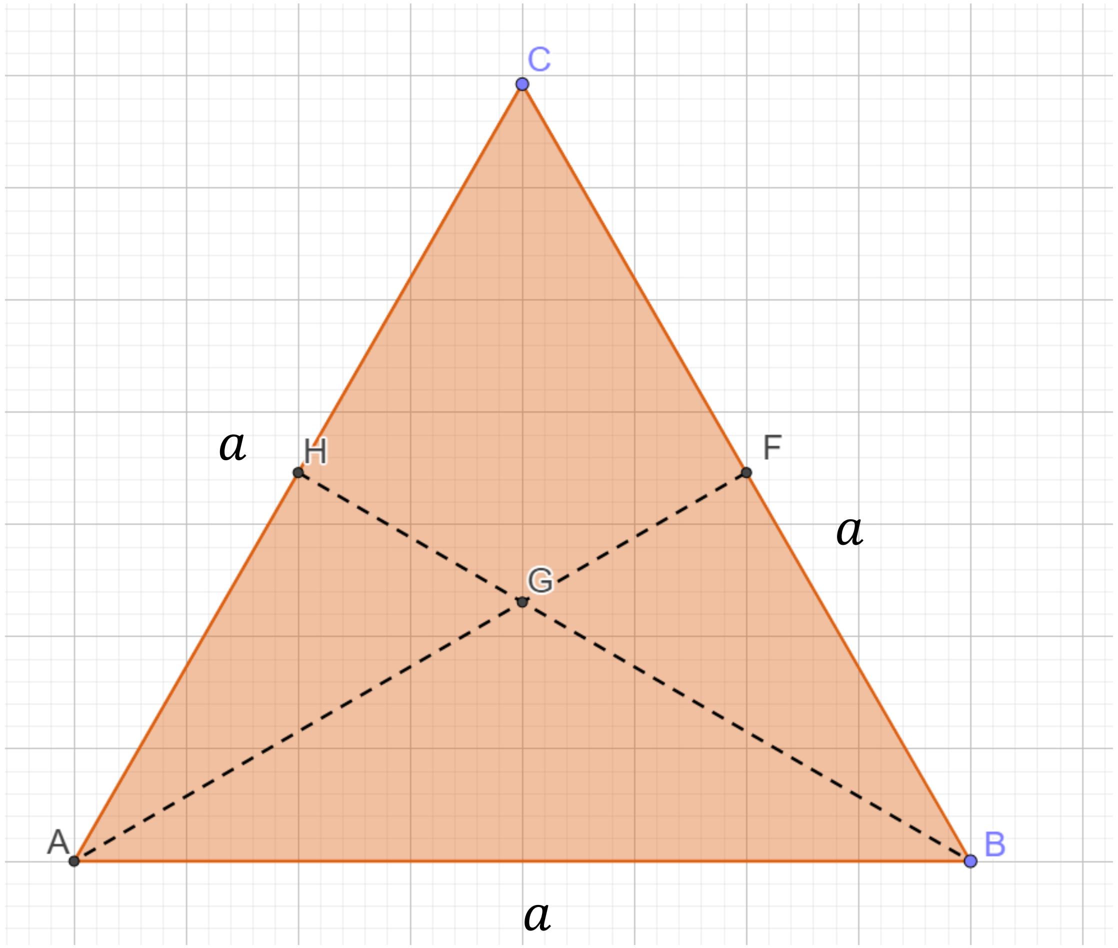
$$|AF| = a\frac{\sqrt{3}}{2}$$

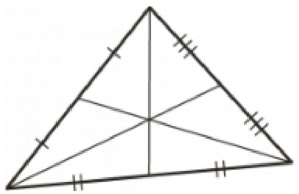
Taulukkokirja:



Mediaanit leikkaavat kärjestä lukien suhteessa 1: 2, joten

$$|AG| = \frac{2}{3}|AF| = \frac{2}{3} \cdot a\frac{\sqrt{3}}{2} = a\frac{\sqrt{3}}{3}$$



	Samassa pisteessä leikkaavat viivat	Leikkauspiste
	keskijanat eli mediaanit	painopiste jakosuhde 1:2

Tetraedrin korkeus $h = |DG|$ saadaan Pythagoraan lauseella. (Kolmio AGD on suorakulmainen.)

$$h^2 + \left(a\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = a^2$$

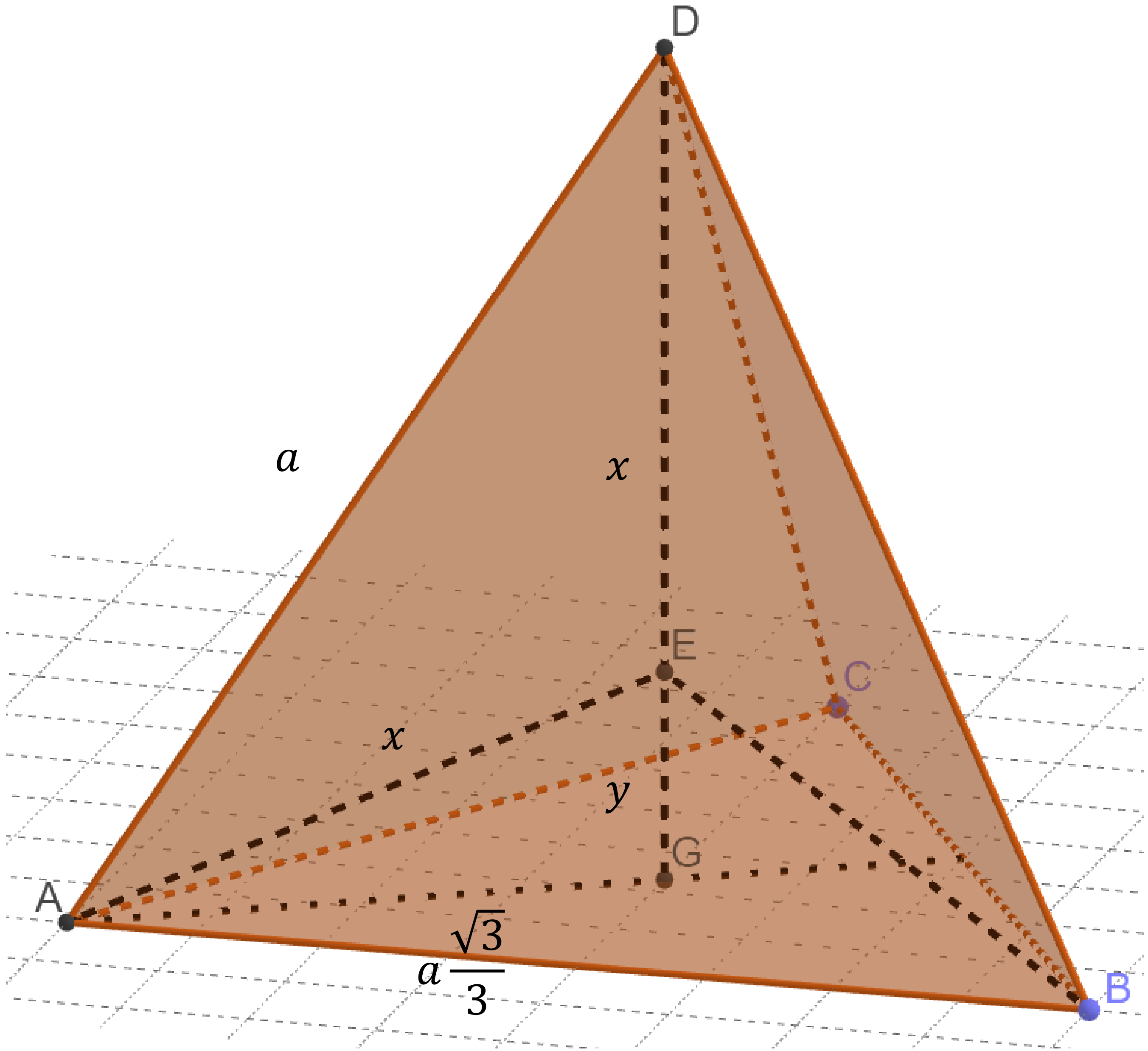
$$h^2 = a^2 - \frac{1}{3}a^2 = \frac{2}{3}a^2$$

$$h = a\sqrt{\frac{2}{3}}$$

Janan EG pituudelle saadaan lauseke

$$y = h - x = a\sqrt{\frac{2}{3}} - x,$$

missä x on hiiliatomin ja vetyatomin välimatka molekyylissä.



Etäisyys x voidaan nyt ratkaista Pythagoraan lauseesta muodostuvalla yhtälöllä:

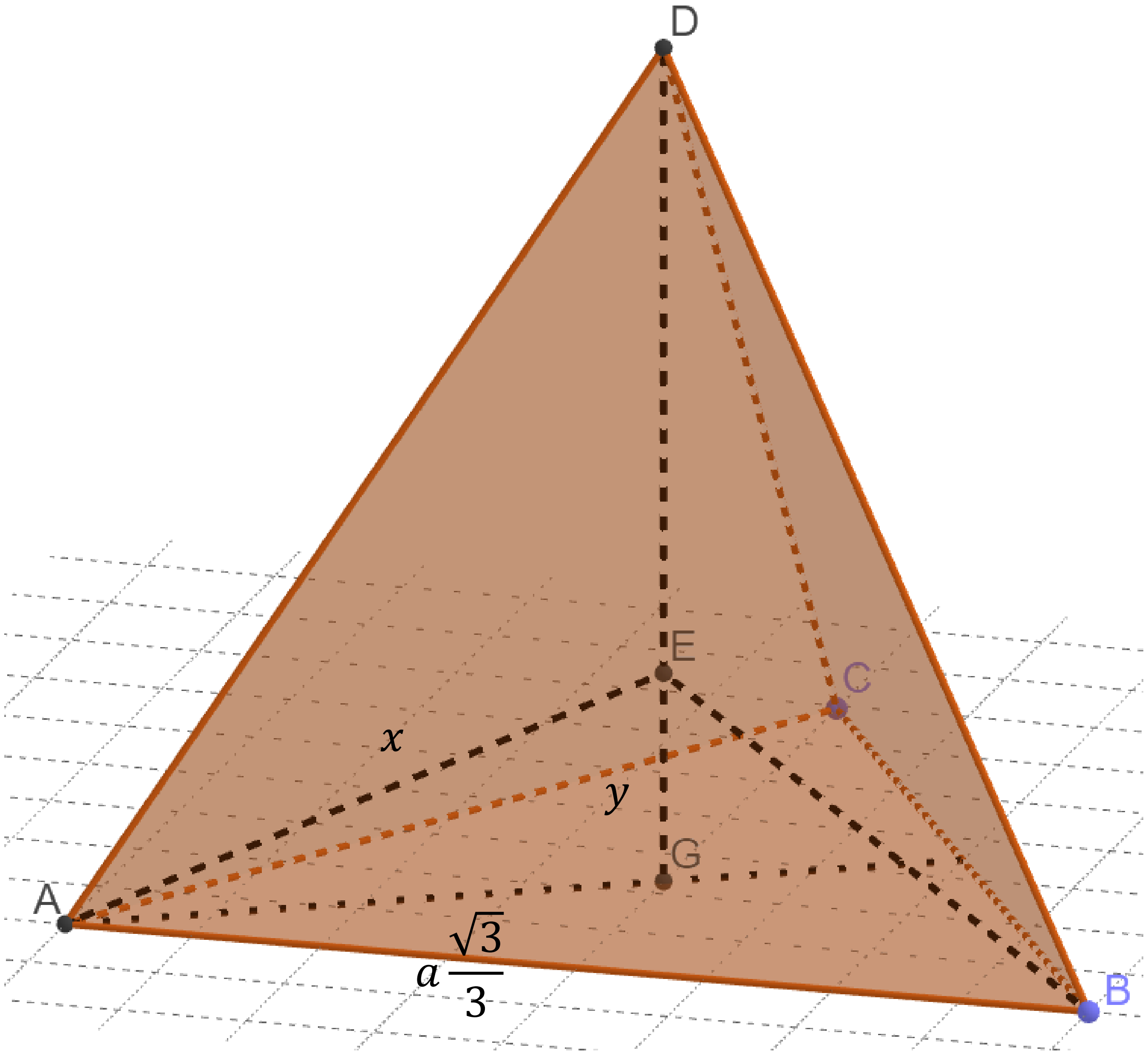
$$x^2 = y^2 + \left(a\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2$$

TI-Nspire:

$h:=a\cdot\sqrt{\frac{2}{3}}$	$\frac{a\cdot\sqrt{6}}{3}$
$y:=h-x$	$\frac{a\cdot\sqrt{6}}{3}-x$
$\text{solve}\left(x^2=y^2+\left(a\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2,x\right)$	$x=\frac{a\cdot\sqrt{6}}{4}$

Ratkaisuksi saadaan

$$x = a\frac{\sqrt{6}}{4}.$$



Koska kolmion ABE sivujen pituudet ovat nyt tiedossa (a:n lausekkeina), niin sidoskulma $\alpha = \sphericalangle AEB$ voidaan ratkaista esimerkiksi kosinilauseen avulla.

$$a^2 = x^2 + x^2 - 2x^2 \cos \alpha$$

$$x := \frac{a \cdot \sqrt{6}}{4} \qquad \frac{a \cdot \sqrt{6}}{4}$$

$$\text{solve}\left(a^2 = x^2 + x^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \cos(\alpha), \alpha\right) | 0 < \alpha < 180$$

$$\alpha = 109.471220634$$

Laskinohjelmalla sidoskulman likiarvoksi saadaan 109,5°.