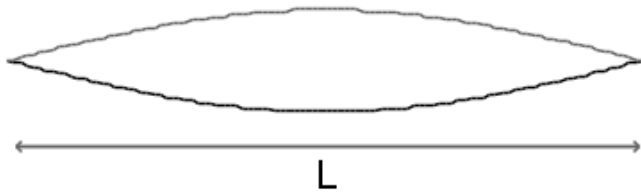


S2019/5 Kitaran kieli (15 p.)

Kuvaaja 5.A esittää äänen taajuuksia, joilla kitaran A-säveln kieli soi. Alin taajuus vastaa värähtelyä, jossa kielen keskellä on yksi kupu ja kielen päissä on solmut. Kielen soivan osan pituus on 65,5 cm.

5.1. Kuinka suurella nopeudella aalto etenee A-kielessä? (5 p.)

Mallikuva alinta taajuutta vastaavasta värähtelystä:



Kielen pituuteen mahtuu puolikas aalto, joten aallonpituus on

$$\lambda = 2L,$$

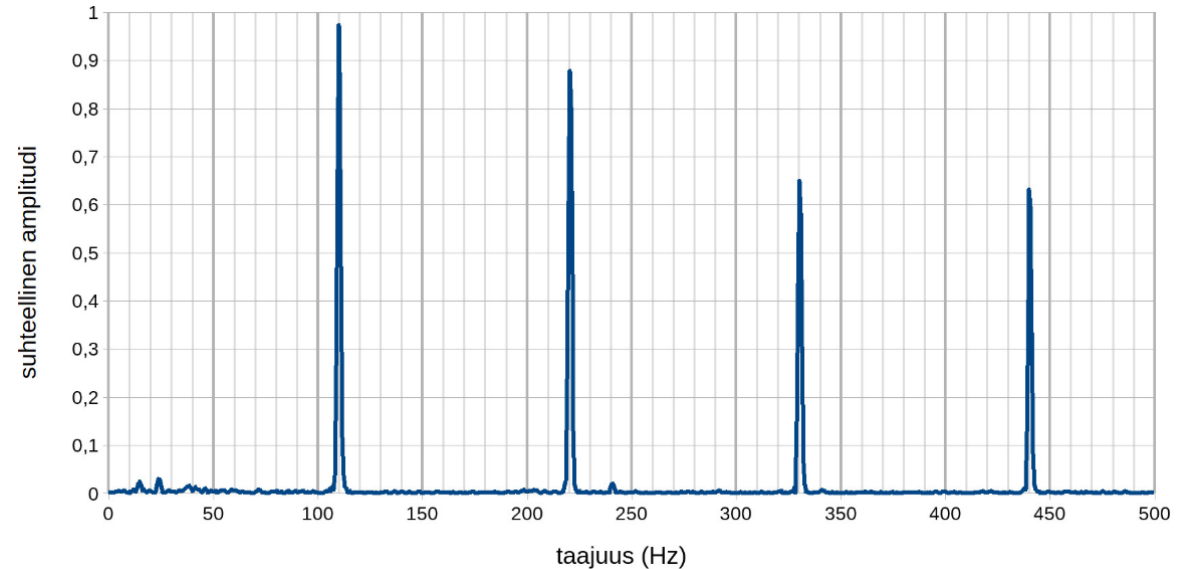
missä $L = 65,5 \text{ cm} = 0,655 \text{ m}$.

Alin värähtelytaajuus on kuvaajan perusteella $f = 110 \text{ Hz}$, joten aallon etenemisnopeudeksi saadaan aaltoliikkeen perusyhtälöllä

$$v = \lambda f = 2Lf = 2 \cdot 0,655 \text{ m} \cdot 110 \text{ Hz} = 144,1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 144 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

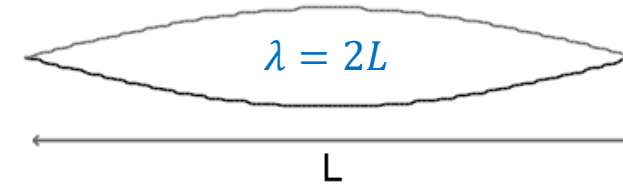
Aineisto:

5.A Kuvaaja: Kitaran A-kielen äänen taajuudet



5.2. Kitaraa viritettäessä kielen jännitysvoimaa muutetaan, kunnes kieli soi halutulta korkeudelta. Kun kieltä kiristetään, äänen kuultu korkeus nousee ja myös kielen värähtelyn taajuus nousee. Mitä kielessä etenevän aallon nopeudelle tapahtuu, kun kielen jännitysvoima kasvaa? Kasvaako aallon nopeus, pieneneekö se, vai pysyykö se vakiona? Perustele vastauksesi. (4 p.)

Kun kieltä kiristetään, sen pituus L ei muutu. Kieleen syntyvien seisovien aaltojen aallonpituudet λ pysyvät siis muuttumattomina. Erityisesti alimmalla taajuudella tilanne on edelleen kohdan 5.1 mallikuvion mukainen.



Aaltoliikkeen perusyhtälön $v = \lambda f$ mukaan taajuus ja aallon nopeus ovat suoraan verrannollisia, kun λ on vakio.

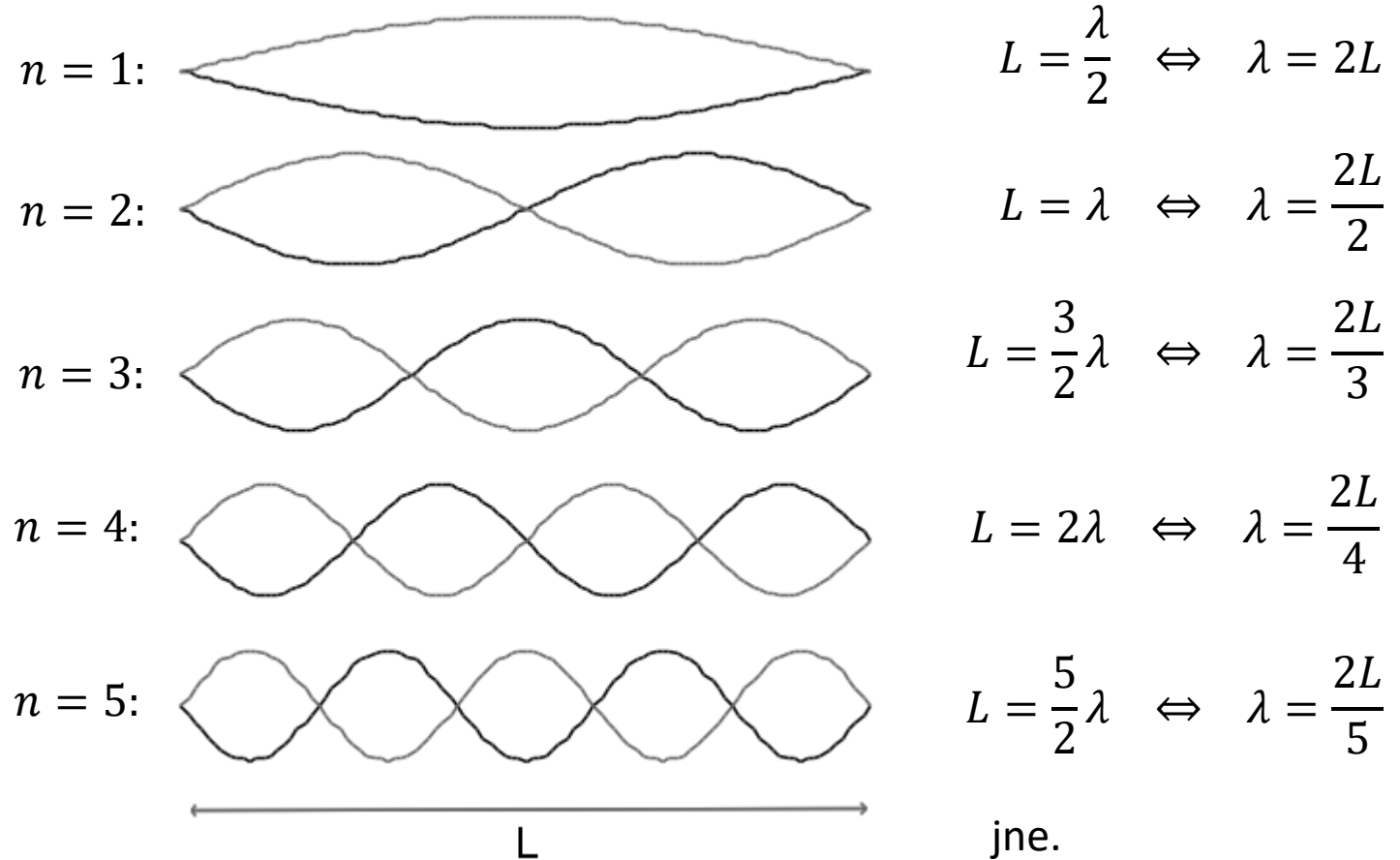
Siis kieltä kiristettäessä ja taajuuden noustessa myös aallon etenemisnopeus nousee.

(Yleensä päättely tehdään toiseen suuntaan: Kireämmässä kielessä aalto etenee nopeammin ja siksi taajuus kasvaa.)

5.3. Kuvaajasta 5.A nähdään, että A-kieli soi alimman taajuuden lisäksi usealla korkeammalla taajuudella. Millaista aaltoliikettä nämä ylätaajuudet vastaavat? Esitä suureyhtälö, josta ylätaajuuksien arvot määräytyvät. (6 p.)

Soivassa kitaran kielessä esiintyy yhtä aikaa useita erilaisia seisovia aaltoja.

Perustaajuutta korkeammat taajuudet vastaavat seisovia aaltoja, joissa on solmu tai solmuja myös päiden välissä mallikuvioiden mukaisesti.



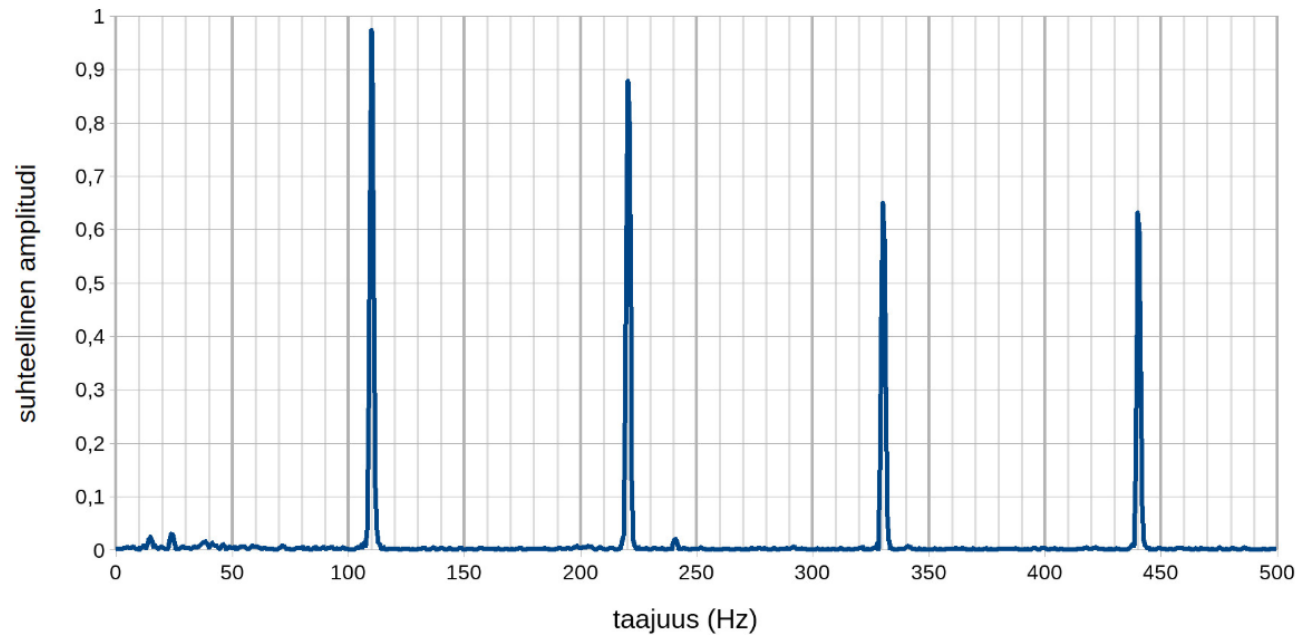
Seisovien aaltojen aallonpituudet ovat siis muotoa $\lambda_n = \frac{2L}{n}$, missä $n = 1, 2, 3, \dots$

Vastaavat taajuudet ovat

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{2L/n} = n \frac{v}{2L} = n f_1.$$

Ylätaajuudet f_n , missä $n = 2, 3, 4, \dots$ ovat siis alimman taajuuden f_1 (perustaajuuden) monikertoja.

Tämä havaitaan myös aineistosta:



$$f_1 = 110 \text{ Hz} \quad f_2 = 220 \text{ Hz} \quad f_2 = 330 \text{ Hz} \quad f_2 = 440 \text{ Hz}$$