

Aktiivisuus

- *Aktiivisuus* A kuvaa ytimien hajoamisnopeutta
- Keskimääräinen aktiivisuus A_k on ydinten hajoamisten määrä aikayksikössä

$$A_k = -\frac{\Delta N}{\Delta t} = \left| \frac{\Delta N}{\Delta t} \right|$$

- ΔN on ytimien määrän muutos ja Δt hajoamisiin kuluva aika
- Aktiivisuuden yksikkö on $[A] = 1/s = 1 \text{ Bq}$ (bequerel)
- Hetkellinen aktiivisuus A on suoraan verrannollinen hajoavien ydinten määrään N

$$A = \lambda N$$

- λ on radioaktiivisesta aineesta riippuva *hajoamisvakio*, joka kuvaa yksittäisen ytimen hajoamisen todennäköisyyttä

Hajoamislaki

- Hetkellinen aktiivisuus A voidaan kirjoittaa kahdella tavalla:

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

- Tästä voidaan integroimalla johtaa (ks. s. 108) *hajoamislaki* eli aktiivisten ytimien määrä ajanhetkellä t (N_0 = alkuperäinen määrä)

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

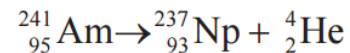
- Myös aktiivisuus vähenee eksponentiaalisesti vastaavalla tavalla

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t} \quad (A(t) = -\frac{d}{dt}N(t) = A_0 e^{-\lambda t})$$

- Tässä A_0 on alkuperäinen aktiivisuus
- *Puoliintumisaika* $T_{1/2}$ on aika, jonka kuluessa keskimäärin puolet radioaktiivisista ytimistä on hajonnut
- Hajoamisvakion ja puoliintumisajan välillä on yhteys

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (\text{Ratkaise yhtälö } \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t}, \text{ katso s. 109.})$$

Palovaroittimessa on α -aktiivista ^{241}Am -isotooppia, jonka hajoamisreaktio on



- Palovaroittimen ^{241}Am -aktiivisuus on 38 kBq. Kuinka monta grammaa ^{241}Am -isotooppia varoittimessa on?
- Varoitin lakkaa toimimasta, jos sen aktiivisuus laskee alle 25 kBq:n. Kuinka pitkä aika tähän kuluu?
- Laske alfahiukkasen kineettinen energia ^{241}Am -isotoopin alfahajoamisessa.
 ^{241}Am -isotoopin puoliintumisaika on 432 a ja sen atomimassa 241,05682 u.

Moolimassa (=atomimassa) on $M = 241,05682 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$.

Puoliintumisaika on $T_{1/2} = 432 \text{ a}$.

a) Ratkaistaan massa aktiivisuuden kaavasta $A = \lambda N$, missä hajoamisvakio $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$ ja hiukkasten määrä $N = nN_A = \frac{m}{M}N_A$.

$$A = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \frac{m}{M} N_A \quad \Leftrightarrow \quad m = \frac{AT_{1/2}M}{N_A \ln 2}$$

$$m = \frac{AT_{1/2}M}{N_A \ln 2} = \frac{38\,000 \text{ Bq} \cdot 432 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} \cdot 241,05682 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{6,02214 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} \cdot \ln 2} \approx 2,9896 \cdot 10^{-7} \text{ g} \approx 0,30 \text{ }\mu\text{g}.$$

V: Palovaroittimessa on 0,30 μg ^{241}Am -isotooppia.

b) Merkitään nyt alkuperäinen aktiivisuus $A_0 = 38 \text{ kBq}$.

Aktiivisuus A vähenee eksponentiaalisesti hajoamislain $A = A_0 e^{-\lambda t}$ mukaisesti.
Ratkaistaan yhtälöstä t , kun $A = 25 \text{ kBq}$.

$$e^{-\lambda t} = \frac{A}{A_0} \quad \Bigg| \ln$$

$$-\lambda t = \ln \frac{A}{A_0}$$

$$t = \frac{\ln \frac{A}{A_0}}{-\lambda} = \frac{\ln \frac{A}{A_0}}{-\ln 2} T_{1/2} = \frac{\ln \frac{25 \text{ kBq}}{38 \text{ kBq}}}{-\ln 2} \cdot 432 \text{ a} \approx 260,96 \text{ a} \approx 260 \text{ a}$$

V: Aktiivisuus laskee 260 vuodessa arvoon 25 kBq.

c) Lasketaan reaktioenergia alfahajoamisessa ${}^{241}_{95}\text{Am} \rightarrow {}^{237}_{93}\text{Np} + {}^4_2\text{He}$.

$$Q = [m_{Am} - 95m_e - (m_{Np} - 93m_e + m_{He} - 2m_e)] \cdot c^2$$

Muista, että tässä lasketaan *ytimen* massavajetta, joten vähennä atomin massoista elektronien massat!

$$Q = [m_{Am} - m_{Np} - m_{He}] \cdot c^2$$

$$Q = [241,05682 \text{ u} - 237,048167 \text{ u} - 4,0026033 \text{ u}] \cdot c^2$$

$$Q = 0,0060497 \text{ u} \cdot c^2 = 0,0060497 \frac{931,5 \text{ MeV}}{c^2} \cdot c^2 \approx 5,6353 \text{ MeV} (\approx 9,0287 \cdot 10^{-13} \text{ J})$$

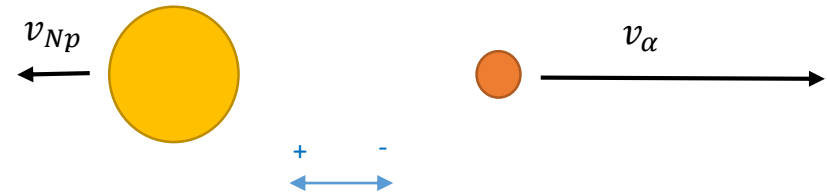
Oletetaan, että (likimain) kaikki reaktiossa vapautuva energia muuttuu hiukkasten liike-energiaksi. Näin saadaan yhtälö

$$\frac{1}{2}m_{Np}v_{Np}^2 + \frac{1}{2}m_{\alpha}v_{\alpha}^2 = Q$$

Tässä pitää käyttää alfahiukkasen massaa m_{α} . Myös m_{Np} tarkoittaa nyt neptunium-ytimen massaa.

Oletetaan lisäksi, että Amerikium-ydin on kutakuinkin levossa ennen hajoamistaan. Tällöin liikemäärän säilymisen perusteella:

$$m_{Np}v_{Np} - m_{\alpha}v_{\alpha} = 0$$



Yhtälöpari voidaan ratkaista laskimella, mutta muista, että massojen täytyy olla kilogrammoina ja energian jouleina! Siistimpi tapa (vähemmän sijoittamista ja yksikköjen muuntamista) on ratkaista yhtälö niin, että nopeuksia ei tarvita välituloksina.

Liikemäärän yhtälöstä saadaan $v_{Np} = \frac{m_\alpha}{m_{Np}} v_\alpha$. Sijoitetaan tämä energiayhtälöön.

$$\frac{1}{2} m_{Np} \left(\frac{m_\alpha}{m_{Np}} v_\alpha \right)^2 + \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 = Q$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m_{Np}} \frac{m_\alpha^2}{\cancel{m_{Np}^2}} v_\alpha^2 + \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 = Q$$

$$\frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 \frac{m_\alpha}{m_{Np}} + \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 = Q$$

$$\frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 \left(\frac{m_\alpha}{m_{Np}} + 1 \right) = Q$$

$$\frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 = E_{k\alpha} = \frac{Q}{\frac{m_\alpha}{m_{Np}} + 1} = \frac{5,6353 \text{ MeV}}{\frac{4,001506 \cancel{\mu}}{237,048167 \cancel{\mu} - 93 \cdot 5,485799 \cdot 10^{-4} \cancel{\mu}} + 1}$$

$$E_{k\alpha} \approx 5,5417 \text{ MeV} \approx 5,5 \text{ MeV}$$

V: Alfahiukkasen liike-energia on 5,5 MeV.