

Gravitaation potentiaalienergia

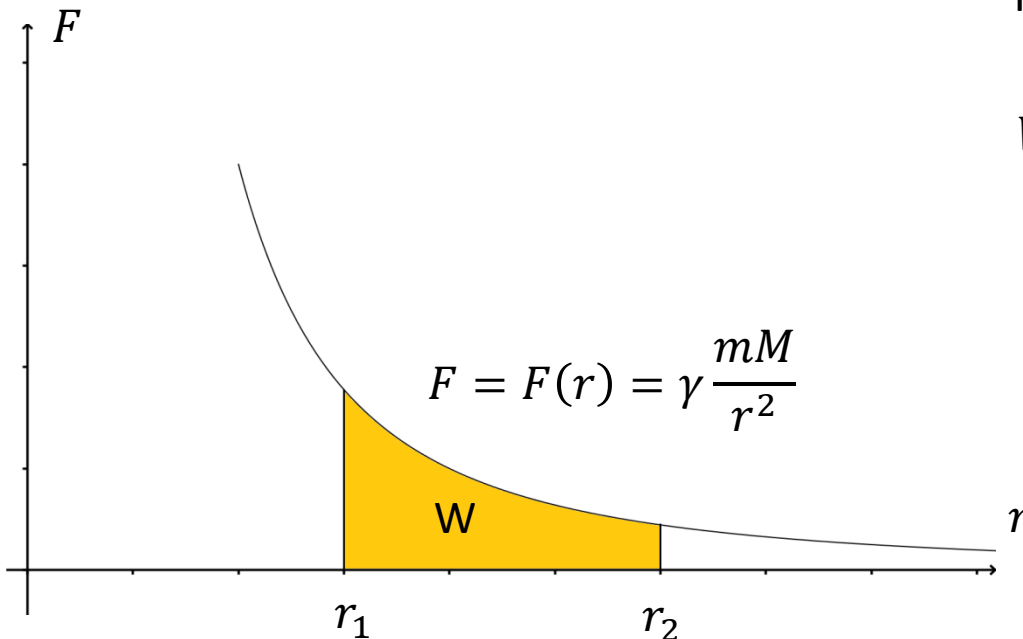
- Maan gravitaatiokentässä tehty työ W siirryttäessä etäisyydeltä r_1 etäisyydelle r_2 ei ole suoraan verrannollinen siirtymään, koska gravitaatiovoima heikkenee etäisyyden r kasvaessa.
 - Kaava $E = mgh$ toimii vain korkeuden h ollessa pieni maan säteeseen verrattuna
- Gravitaation potentiaalienergialle voidaan johtaa integroimalla lauseke

$$E_p = -\gamma \frac{mM}{r}$$

(Äärettömän kaukana $E_p = 0$.)

Tehty työ W integroimalla:

$$\begin{aligned} W &= \int_{r_1}^{r_2} F(r) dr = \\ &= \int_{r_1}^{r_2} \gamma \frac{mM}{r^2} dr = \int_{r_1}^{r_2} -\gamma \frac{mM}{r} \\ &= \gamma mM \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \end{aligned}$$



Ensimmäinen pakonopeus

- Ensimmäinen pakonopeus on nopeus, joka kappaleelle on taivaankappaleen pinnalla annettava, jotta kappale jäisi kiertoradalle
- Lasketaan 1. pakonopeus Maassa (maanpinnan tasossa):

- Gravitaatiovoima keskeisvoimana

$$\gamma \frac{mM}{R^2} = \frac{mv^2}{R}$$
$$\gamma \frac{M}{R} = v^2, \quad \text{josta saadaan} \quad v = \sqrt{\frac{\gamma M}{R}}$$

- Sijoittamalla gravitaatiovakion γ , maan massan M ja säteen R laskukaavaan, saadaan ensimmäiseksi pakonopeudeksi n. 7,9 km/s
 - Taivaankappaleille ominainen vakio (riippuu massasta ja säteestä)
 - Ilmakehän vuoksi nopeuden täytyy olla suurempi

Toinen pakonopeus

- Toinen pakonopeus on nopeus, joka kappaleelle on taivaankappaleen pinnalla annettava, jotta kappale vapautuisi kokonaan taivaankappaleen vetovoimakentästä
- Lasketaan 2. pakonopeus Maassa:
 - Sovelletaan energian säilymislakia ($E_k + E_p = \text{vakio}$)
 - Lopputilanteessa gravitaation potentiaalienergia ja liike-energia = 0

$$\frac{1}{2}mv^2 - \gamma \frac{mM}{R} = 0$$
$$v^2 = \frac{2\gamma M}{R}, \quad \text{josta saadaan} \quad v = \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}}$$

- Sijoittamalla gravitaatiovakion γ , maan massan M ja säteen R laskukaavaan, saadaan ensimmäiseksi pakonopeudeksi n. 11,2 km/s
 - Taivaankappaleille ominainen vakio (riippuu massasta ja säteestä)