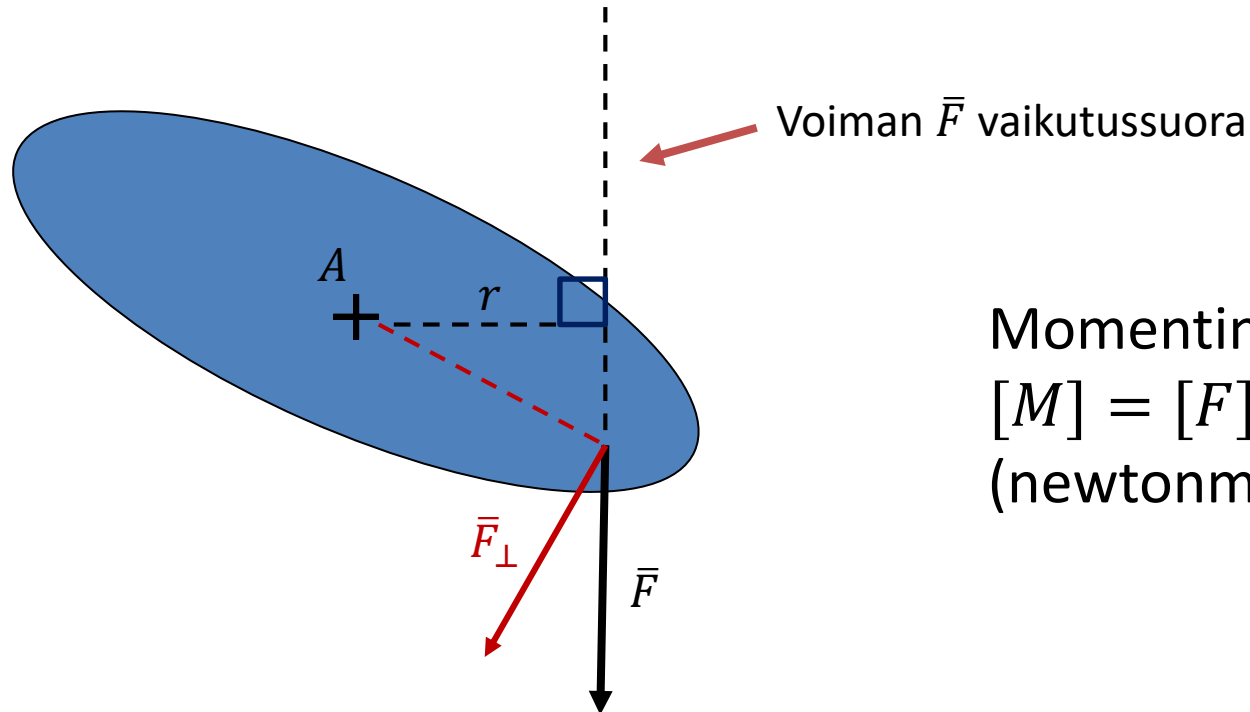


Voiman momentti

- Momentti on voiman ja voiman varren tulo
- Täsmällisemmin määriteltynä voiman \vec{F} momentti (akselin A suhteen) on $M_A = Fr$, missä r on voiman vaikutussuoran (kohtisuora) etäisyys akselistä A
 - Voiman varren sijasta voidaan käyttää myös voiman vaikutuspisteen ja akselipisteen lyhintä etäisyyttä, jos voimasta lasketaan etäisyysjanalle kohtisuora komponentti



Momentin yksikkö on
 $[M] = [F] \cdot [r] = 1 \text{ Nm}$
(newtonmetri)

Statiikan tehtävien ratkaisuohje

1. Piirrä *voimakuvio* tutkittavasta kappaleesta

- Merkitse kaikki kappaleeseen vaikuttavat voimat kuvaan
 - Painovoima \bar{G} suoraan alaspäin (painopisteestä)
 - Tukivoimat \bar{N} kohtisuorasti pintaa vastaan
 - Kitkavoimat \bar{F}_μ liikesuuntaa vastaan (Mihin suuntaan kappale liikkuisi, jos kitkaa ei olisi?)
 - Jännitysvoimat \bar{T} lankojen/vaijerien suuntaisesti (molemmissa päissä aina sama jännitys)
- Valitse positiiviset etenemissuunnat eli koordinaatiston suunta

2. Muodosta tasapainoehto etenemisen suhteen eli liikeyhtälö (NII)

$$\sum \bar{F} = \bar{0}$$

- Vektorimuodossa ja skalaarimuodossa (muista etumerkit)
- Komponentteihin (x ja y) jako tarvittaessa

Statiikan tehtävien ratkaisuohje

3. Muodosta tasapainoehto pyörimisen suhteen eli momenttiehto

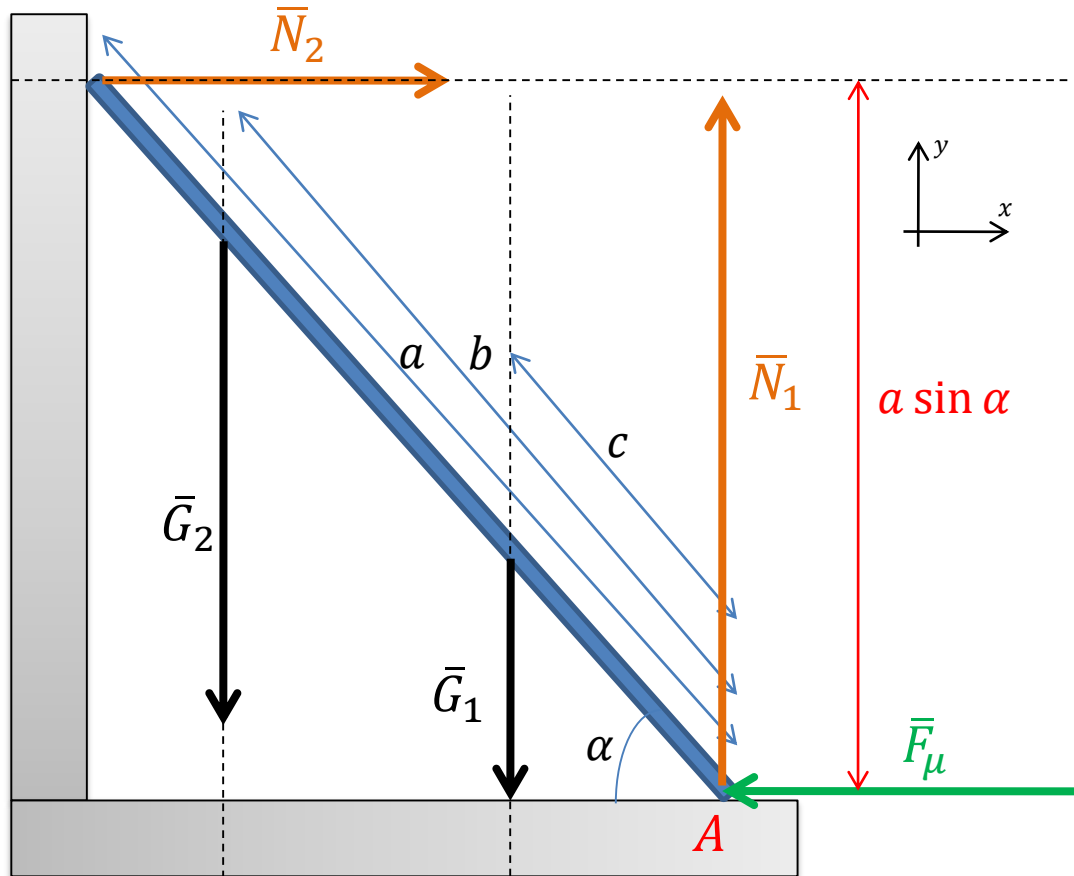
$$\sum M = 0$$

- Akseli, jonka suhteen momentit lasketaan, kannattaa valita siten, että mahdollisimman monen voiman vaikutussuora kulkee tämän akselipisteen kautta
- Valitse positiivinen kiertosuunta momenteille

4. Ratkaise tasapainoehdoista muodostetut yhtälöt (kysytyn suureen suhteen)

- Jos jokin voima saa negatiivisen arvon, niin sen suunta on vastakkainen voimakuviossa oletetusta
- Pohdi vastauksen mielekkyyttä ja tarkista ovatko yksiköt oikein

Yo-tehtävä K1993/4: Tikkaat nojaavat lähes kitkattomasti pystysuoraan seinään siten, että niiden kaltevuuskulma on 55° . Tikkaiden massa on 28 kg ja pituus 4,80 m. Tikkaiden painopiste sijaitsee 2,00 m:n etäisyydellä alapäästä. Kuinka suuri pitää tikkaiden ja lattian välisen kitkakertoimen olla, jotta 65 kg:n painoinen henkilö voi seisoa 1,20 m:n etäisyydellä tikkaiden yläpäästä (3. puola) ilman, että tikkaat alkavat liukua?



$$G_1 = m_1 g = \text{tikkaiden paino}$$

$$G_2 = m_2 g = \text{henkilön paino}$$

$$N_1 = \text{lattian tukivoima}$$

$$N_2 = \text{seinän tukivoima}$$

$$F_\mu = \text{lattian kitka}$$

$$a = 4,80 \text{ m}$$

$$b = 4,80 \text{ m} - 1,20 \text{ m} = 3,60 \text{ m}$$

$$c = 2,00 \text{ m}$$

$$\alpha = 55^\circ$$

Tasapainoehdot skalaarimuodossa (NII):

$$x: N_2 - F_\mu = 0 \Leftrightarrow F_\mu = N_2$$

$$y: N_1 - G_1 - G_2 = 0 \Leftrightarrow N_1 = G_1 + G_2$$

Momenttiakseli A:

Momentin aiheuttavien voimien G_1 , G_2 ja N_2 vaikutussuorat katkoviivoilla

Voimien varret:

$$b \cos \alpha$$

$$c \cos \alpha$$

Momenttiehto:

(positiivinen kiertosuunta vastapäivään)

$$\sum M_A = G_1 c \cos \alpha + G_2 b \cos \alpha - N_2 a \sin \alpha = 0$$

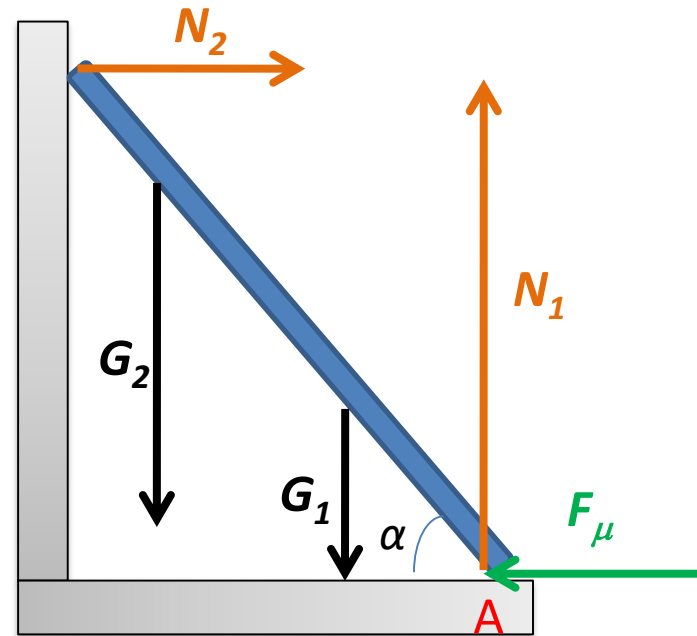
Kitkavoiman suuruus:

$$F_\mu = \mu N_1$$

Kitkakerroin $\mu \approx 0,4549$ saadaan ratkaistua laskinohjelmalla neljän yhtälön ryhmästä:

$$\begin{cases} F_\mu = \mu N_1 \\ N_1 = G_1 + G_2 \\ N_2 = F_\mu \\ G_1 c \cos \alpha + G_2 b \cos \alpha - N_2 a \sin \alpha = 0 \end{cases}$$

V: Kitkakertoimen on oltava vähintään 0,46.



TI-Nspire:

$$a:=4.8 \cdot \text{m}$$

$$4.8 \cdot \text{m}$$

$$b:=3.6 \cdot \text{m}$$

$$3.6 \cdot \text{m}$$

$$c:=2 \cdot \text{m}$$

$$2 \cdot \text{m}$$

$$\alpha:=55$$

$$55$$

$$g1:=28 \cdot \text{kg} \cdot g$$

$$274.586 \cdot \text{N}$$

$$g2:=65 \cdot \text{kg} \cdot g$$

$$637.432 \cdot \text{N}$$

$$\text{solve} \left(\begin{cases} f = \mu \cdot n1 \\ n1 = g1 + g2 \\ n2 = f \\ g1 \cdot c \cdot \cos(\alpha) + g2 \cdot b \cdot \cos(\alpha) - n2 \cdot a \cdot \sin(\alpha) = 0 \end{cases}, \mu \right)$$
$$\begin{aligned} F_\mu &= \mu N_1 \\ N_1 &= G_1 + G_2 \\ N_2 &= F_\mu \\ G_1 c \cos \alpha + G_2 b \cos \alpha - N_2 a \sin \alpha &= 0 \end{aligned}$$
$$\mu = 0.454884 \text{ and } f = 414.863 \cdot \text{N} \text{ and } n1 = 912.018 \cdot \text{N} \text{ and } n2 = 414.863 \cdot \text{N}$$