S2018/8

Tehdään ensin johdepallon voimakuvio

Koska johdepallo on paikallaan, niin Newtonin II lain mukaisesti

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_s + \bar{T} + \bar{G} = 0$$

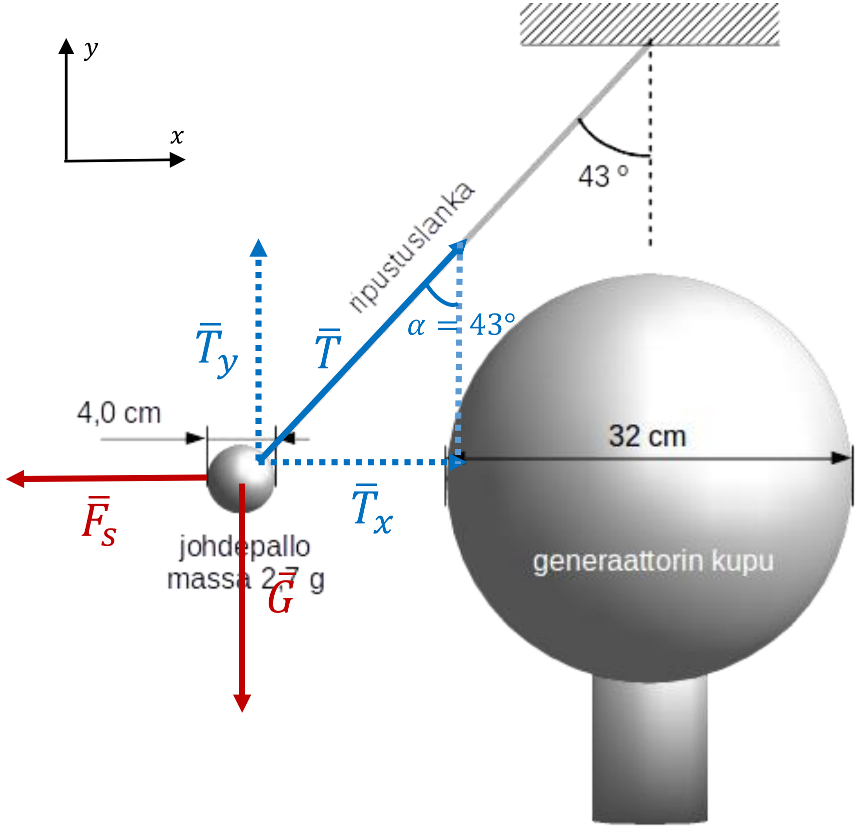
Tasapainoehto x −suunnassa:

$$T_x - F_s = 0 \quad \Leftrightarrow \quad F_s = T_x = T \sin\alpha$$

Tasapainoehto y −suunnassa:

$$T_y - G = 0 \quad \Leftrightarrow \quad T_y = T\cos\alpha = G$$

$$T = \frac{G}{\cos\alpha}$$



$\bar{F}_s$ on palloon kohdistuva sähköinen voima.
$\bar{G}$ on pallon paino.
$\bar{T}$ on langan jännitysvoima.

Sijoittamalla saadaan $F_s = \frac{G}{\cos\alpha}\sin\alpha = G\tan\alpha = mg\tan\alpha$.

Pallon massa $m = 2{,}7$ g.

Toisaalta palloon kohdistuva sähköinen voima voidaan laskea Coulombin kaavalla (kuten pistevarauksille).

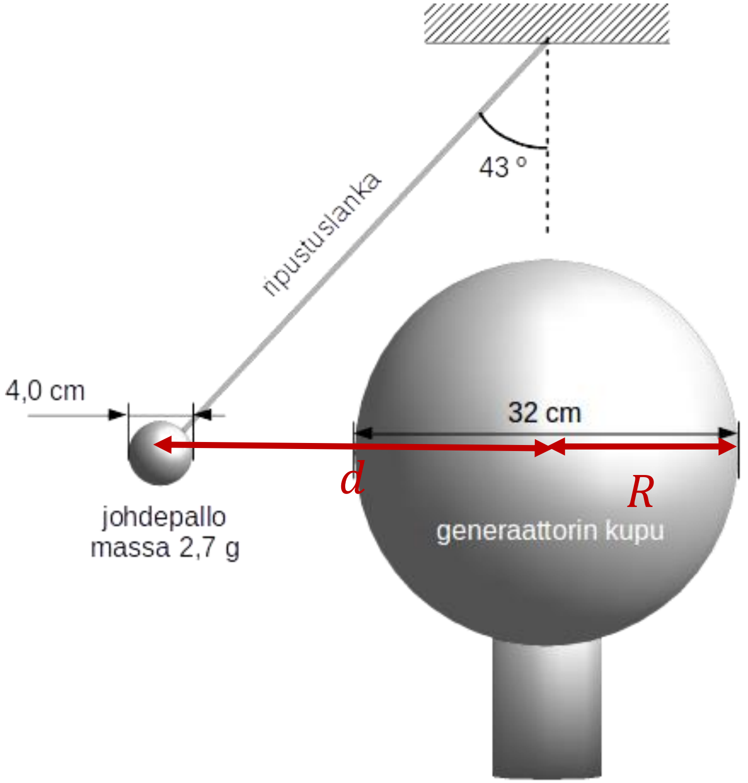
Coulombin voima:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

Täten saadaan yhtälö

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{d^2} = mg\tan\alpha.$$

Tässä Q on generaattorin kuvun varaus, q on johdepallon varaus ja d on pallon ja kuvun keskipisteiden välimatka.



Kuvun pinnalla potentiaali on (aineiston perusteella)

$$V_R = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R},$$

missä kuvun säde $R = 16\text{ cm}$.

Vastaava lauseke pätee myös johdepallolle (säde $r = 2{,}0\text{ cm}$).

$$V_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r},$$

Kun kupu ja pallo ovat koskettaneet, niillä on sama potentiaali $V_r = V_R$,merkitään $= V$, joten pallon ja kuvun varauksille saadaan kaavat

pallo: $$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} \quad\Leftrightarrow\quad q = 4\pi\varepsilon_0 Vr.$$

kupu: $$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R} \quad\Leftrightarrow\quad Q = 4\pi\varepsilon_0 VR.$$

Sijoitetaan nämä lausekkeet yhtälöön $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{d^2} = mg\tan\alpha$ ja ratkaistaan siitä kuvun potentiaali V.

Potentiaalin etumerkki on miinus, koska kenttäviivat osoittavat kupuun päin.

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(4\pi\varepsilon_0)^2 V^2 Rr}{d^2} = mg\tan\alpha.$$

$$4\pi\varepsilon_0 V^2 Rr = mgd^2\tan\alpha.$$

$$V = -\sqrt{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{mgd^2\tan\alpha}{Rr}}$$

Tehtävänannon tiedoista ei voi päätellä etäisyyttä d muuten kuin kuvasta mittaamalla. Tämä lauseke kelpaa siis ratkaisuksi.

Kuvan perusteella $d \approx 33\ cm$. Tällöin potentiaalin (itseisarvoksi) saataisiin

$$\sqrt{\frac{1}{4\cdot \pi\cdot \_\varepsilon 0}\cdot \frac{2.7\cdot \_gm\cdot \_g\cdot (33\cdot \_\mathrm{cm})^2\cdot \tan(43)}{16\cdot \_cm\cdot 2\cdot \_\mathrm{cm}}} \qquad 86902.00704\cdot \_\mathrm{V}$$

Aineiston kuvan perusteella kenttäviivat osoittavat kupuun päin, joten etumerkin pitäisi olla negatiivinen eli $V \approx -87\ \mathrm{kV}$.