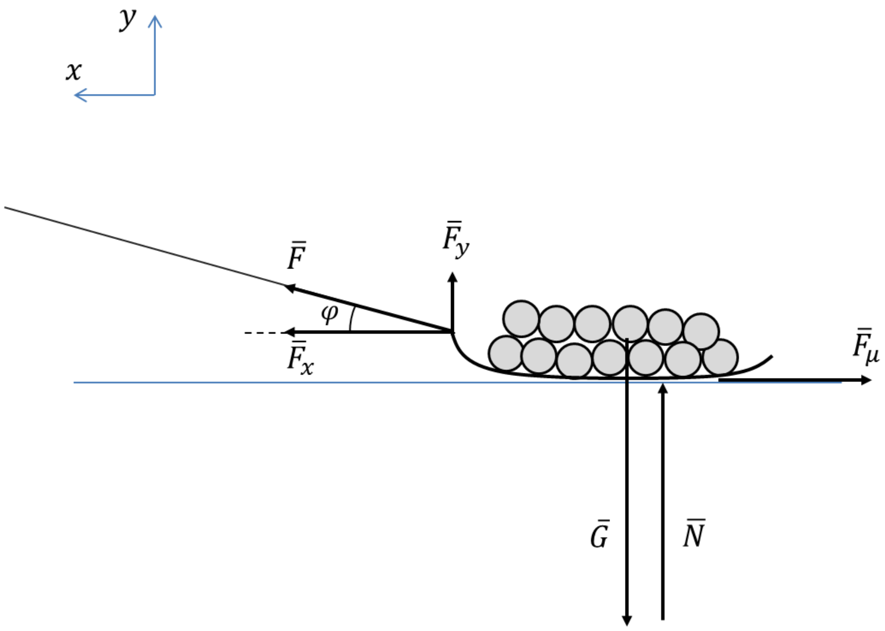
FY8 näytetehtävien ratkaisut

1. a) Ahkion voimakuvio:



$G = \ mg$ paino, missä massa $m = 26$ kg.
$N =$ lumen tukivoima
$F_\mu =$ liikekitka
$F =$ köyden tukivoima (vetävä voima)

Ahkio liikkuu tasaisella nopeudella, joten voimien summa on nolla.

x:

$\bar{F}_x + \bar{F}_\mu = \bar{0}$

$F_x - F_\mu = 0$

$F \cos\varphi = F_\mu$

y:

$\bar{N} + \bar{F}_y + \bar{G} = \bar{0}$

$N + F_y - G = 0$

$N + F \sin\varphi - mg = 0$

Kitkan määritelmän mukaan

$F_\mu = \mu N$

$N = \dfrac{F_\mu}{\mu} = \dfrac{F \cos\varphi}{\mu}$

$\dfrac{F \cos\varphi}{\mu} + F \sin\varphi = mg$

$$F\left(\frac{\cos\varphi}{\mu}+\sin\varphi\right)=mg$$

$$F=\frac{mg}{\frac{\cos\varphi}{\mu}+\sin\varphi}$$

$$F=\frac{26\text{ kg}\cdot 9{,}81\ \text{m/s}^2}{\frac{\cos 15°}{0{,}14}+\sin 15°}\approx 35{,}631\text{ N}\approx 36\text{ N}$$

TI-Nspire:

$26\cdot\_kg\cdot\_g\rightarrow paino$ 254.9729· _N

$$\text{solve}\left(\begin{cases} tukivoima+f\cdot\sin(15)=paino \\ f\cdot\cos(15)=kitka \\ kitka=0.14\cdot tukivoima \end{cases}, f\right)$$

f=35.61925087· _N and $kitka$=34.40555433· _N and $tukivoima$=245.7539595· _N

b) Suklaapatukan energiasisältö (Q) muuttuu Veikon ahkioon tekemäksi työksi ja edelleen kitkavoiman tekemäksi työksi (W_μ).

$$Q=W_\mu$$

$$Q=F_\mu s=F\cos\varphi\cdot s$$

$$s=\frac{Q}{F\cos\varphi\cdot s}$$

$$s=\frac{1{,}0\cdot 10^6\text{ J}}{35{,}631\text{ N}\cdot\cos 15°}\approx 29\,055\text{ m}\approx 29\text{ km}$$

TI-Nspire:

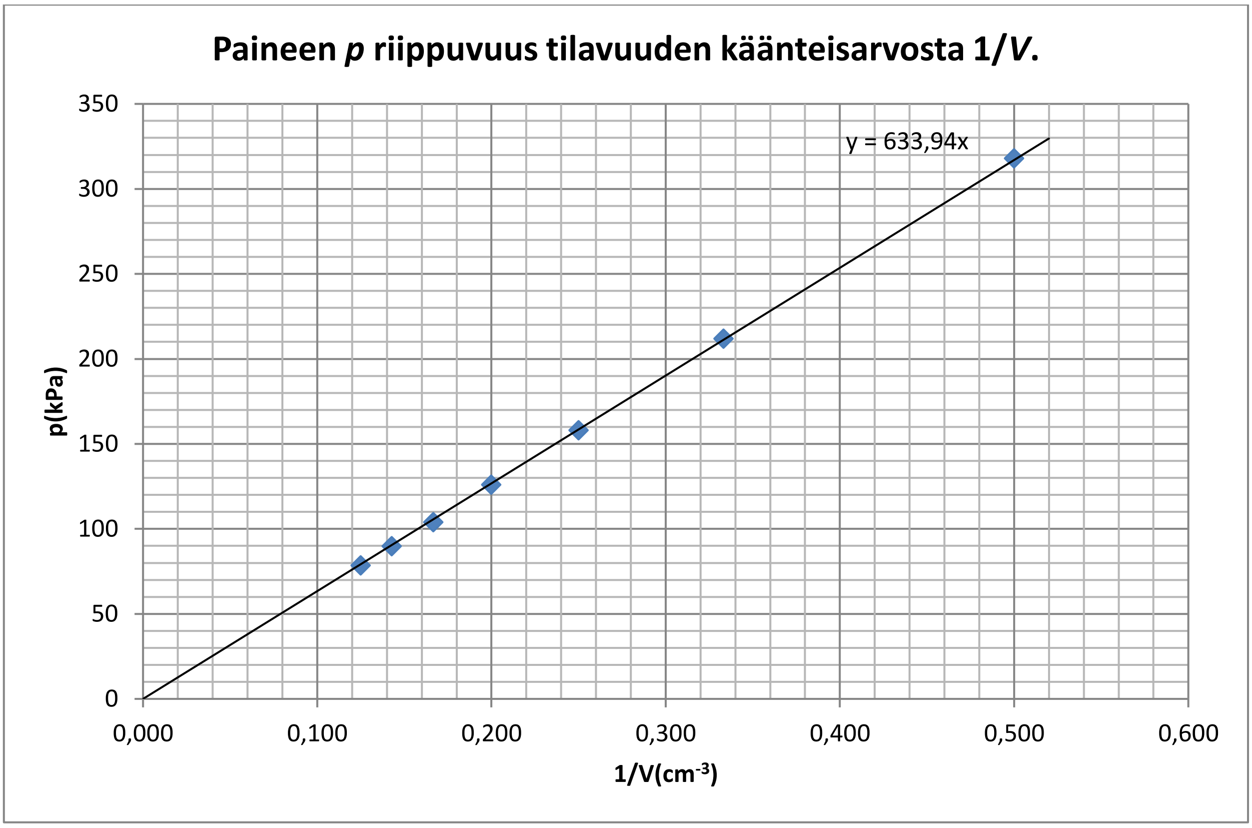
$\frac{10^6\cdot\_J}{34.40555433\cdot\_N}$ 29065.07451· _m

2. Ideaalikaasun tilanyhtälö

$$pV = nRT \quad \Leftrightarrow \quad p = nRT\,\frac{1}{V}.$$

Tässä $n = 0{,}26 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{mol}$ ja $T = 22\ \mathrm{°C} \approx 295\ \mathrm{K}$ ovat vakioita. Koko havaintomateriaali saadaan käytettyä hyväksi, kun esitetään paine p tilavuuden käänteisarvon $\frac{1}{V}$ funktiona. Kuvaajan pitäisi olla suora, jonka fysikaalisesta kulmakertoimesta $k = nRT$ saadaan kysytty moolinen kaasuvakio R.

V(cm^3)	1/V(cm^{-3})	p(kPA)
2,0	0,500	318
3,0	0,333	212
4,0	0,250	158
5,0	0,200	126
6,0	0,167	104
7,0	0,143	89,9
8,0	0,125	78,5



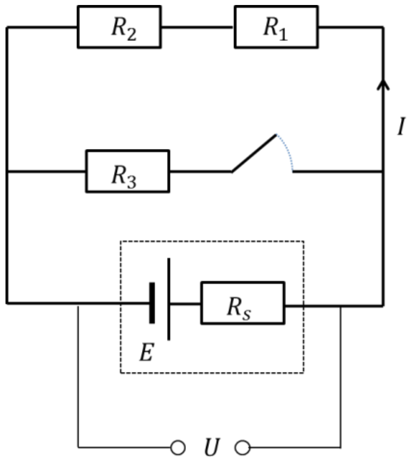
Kulmakerroin on

$$k \approx 633{,}94\ \mathrm{kPa} \cdot \mathrm{cm}^3 \approx 634 \cdot\ 10^3 \cdot \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} \cdot 10^{-6} \cdot \mathrm{m}^3 = 0{,}634\ \mathrm{J}$$

Moolinen kaasuvakio:

$$R = \frac{k}{nT} = \frac{0{,}634\ \mathrm{J}}{0{,}26 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{mol} \cdot 295\ \mathrm{K}} \approx 8{,}3\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol} \cdot \mathrm{K}}$$

3. a) Kirchhoffin 2. lain mukaan



$$E - IR_s - IR_1 - IR_2 = 0$$

$$E = I(R_s + R_1 + R_2)$$

$$I = \frac{E}{R_s + R_1 + R_2}$$

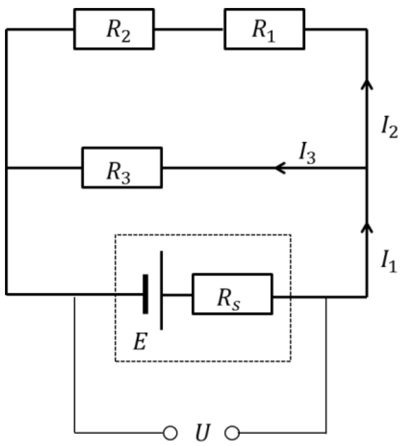
$$I = \frac{9{,}0\ \text{V}}{1{,}2\ \Omega + 12\ \Omega + 16\ \Omega} \approx 0{,}30822\ \text{A}$$

Napajännite Kirchhoffin 2. lain avulla:

$$U = E - IR_s$$

$$U = 9{,}0\ \text{V} - 0{,}30822\ \text{A} \cdot 1{,}2\ \Omega \approx 8{,}6301\ \text{V} \approx 8{,}6\ \text{V}$$

b) Sarjaan kytketyt vastukset R_1 ja R_2



$$R_{12} = R_1 + R_2 = 12\ \Omega + 16\ \Omega = 28\ \Omega$$

Rinnankytketyt vastukset R_{12} ja R_3 (R on virtapiirin kokonaisresistanssi)

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_3}$$

$$R = \left(\frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_3}\right)^{-1}$$

$$R = \left(\frac{1}{28\ \Omega} + \frac{1}{14\ \Omega}\right)^{-1} \approx 9{,}3333\ \Omega$$

Kirchhoffin 2. lain mukaan

$$E - IR_s - IR = 0$$

$$E = I(R_s + R)$$

$$I = \frac{E}{R_s + R}$$

$$I = \frac{9{,}0\ \text{V}}{1{,}2\ \Omega + 9{,}3333\ \Omega} \approx 0{,}85443\ \text{A}$$

Napajännite Kirchhoffin 2. lain avulla:

$$U = E - IR_s$$

$$U = 9{,}0\ \text{V} - 0{,}85443\ \text{A} \cdot 1{,}2\ \Omega \approx 7{,}9747\ \text{V} \approx 8{,}0\ \text{V}$$

4.

a) Jupiterin kuut löytyivät 1600-luvulla (1610).

Jupiterin kuut eivät erotu paljain silmin, mutta kaukoputkella ne tulevat Jupiterin läheltä näkyviin. Kaukoputki on keksintö, joka tuottaa kaukana olevasta kohteesta lähikuvan. Kaukoputki keksittiin 1500-luvun lopussa.

Ennen 1600-lukua hallitseva maailmankuva oli maakeskeinen. Tämän mukaan taivaankappaleet kiertävät maata. Jupiterin kuiden havaittiin kiertävän Jupiteria Maan sijaan, mikä asetti maakeskeisen maailmankuvan kyseenalaiseksi.

Todiste tuki maakeskeisen maailmankuvan hylkäämistä.

b)

Kuihin kohdistuu gravitaatiovoima G.

Newtonin gravitaatiolain mukaan

$$G = \gamma \frac{mM}{r^2}$$

Kuut ovat Jupiterin kiertoradalla ja liikkuvat tasaisella nopeudella. Kuihin kohdistuu kiihtyvyys, joka on normaalikiihtyvyys.

Newtonin 2. lain perusteella

$$G = ma_n$$

$$\gamma \frac{mM}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

Lauseke sievenee muotoon

$$\gamma \frac{M}{r} = v^2$$

Ratanopeus voidaan esittää kiertoradan säteen ja kierrosajan T kautta.

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T}$$

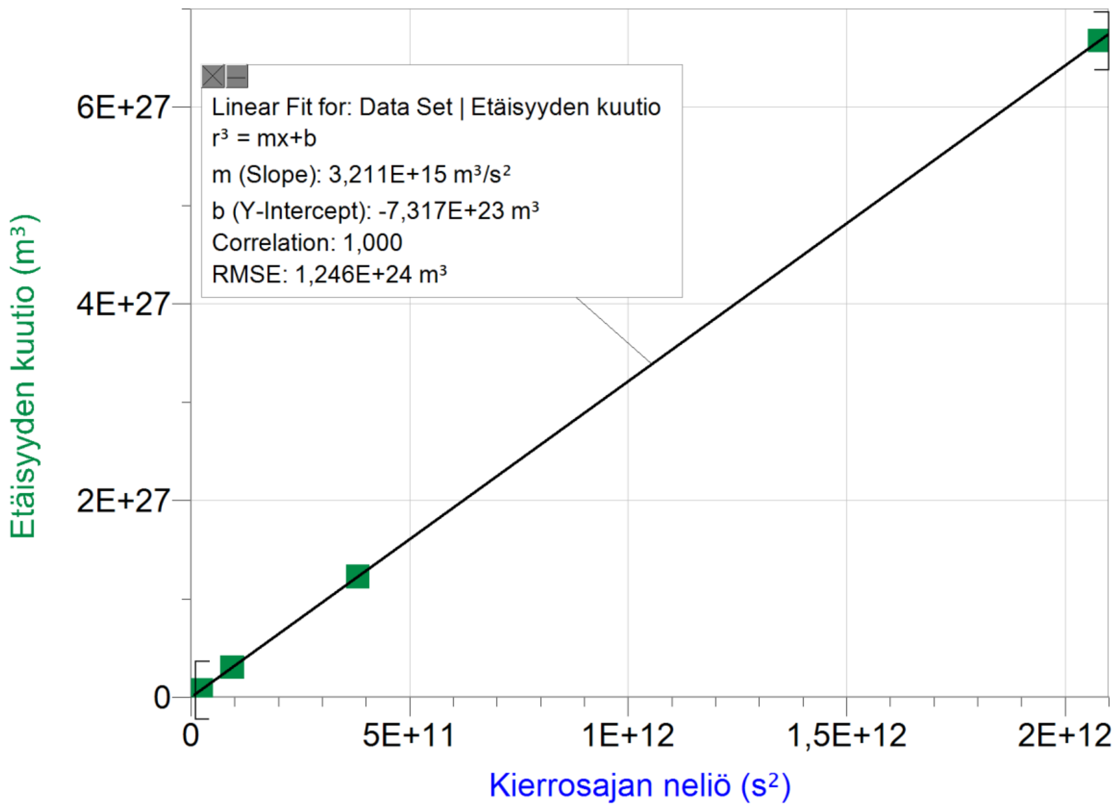
$$\gamma \frac{M}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$$

Kierrosajan ja radan säteen välille saadaan yhteys (Keplerin III laki)

$$r^3 = \frac{\gamma M}{4\pi^2} T^2$$

Piirretään kuvaaja, jossa vaaka-akselilla on kierrosajan neliö ja pystyakselilla etäisyyden kuutio. Ilmoitetaan kierrosaika ja etäisyys yksiköissä sekunti ja metri.

Kierrosaika (d)	Etäisyys (km)	Kierrosajan neliö (s^2)	Etäisyyden kuutio (m^3)
1,769	421700	2,336E+10	7,499E+25
3,551	671000	9,413E+10	3,021E+26
7,155	1070000	3,822E+11	1,225E+27
16,689	1883000	2,079E+12	6,677E+27



Kulmakertoimen suuruus on suure $\frac{\gamma M}{4\pi^2}$.

Ratkaistaan Jupiterin massa

$$M = k \cdot \frac{4\pi^2}{\gamma}$$

$$k = 3{,}211 \cdot 10^{15}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}^2}$$

$$\gamma = 6{,}6742 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}$$

Ratkaisuksi saadaan

$$M = 1{,}8993317 \cdot 10^{27}\ \mathrm{kg} \approx 1{,}899 \cdot 10^{27}\ \mathrm{kg}$$

TI-Nspire:

$$\text{solve}\left(\frac{3.211\cdot 10^{15}\cdot \_m^3}{\_s^2}=\frac{\_Gc\cdot m}{4\cdot \pi^2},m\right) \qquad m=1.899365889\text{E}27\cdot \_kg$$

c)

Europa kuu jään peittämä. Jääpeitteen alla on nykykäsityksen mukaan koko kuun peittämä suolainen valtameri.

d)

Absorboitunut ja emittoitunut teho ovat yhtä suuret

$$P_{abs} = P_{emit}$$

Taivaankappale absorboi säteilyä alalta, joka on kappaleen poikkileikkaus (ympyrä). Taivaankappale emittoi säteilyä kaikelta pinnalta (pallo).

$$(1-a)I_{Jupiter}A_{ympyrä} = \sigma T^4 A_{pallo}$$

$$(1-a)I_{Jupiter}\cdot \pi R^2 = \sigma T^4 \cdot 4\pi R^2$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{(1-a)I_{Jupiter}}{4\sigma}}$$

$I_{Jupiter} = 50{,}2\ \mathrm{W/m^2}$

$a = 0{,}64$

$\sigma = 5{,}67\cdot 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2K^4}$

$$T = 94{,}480197\ \mathrm{K} \approx 94\ \mathrm{K}$$