

K2017/10

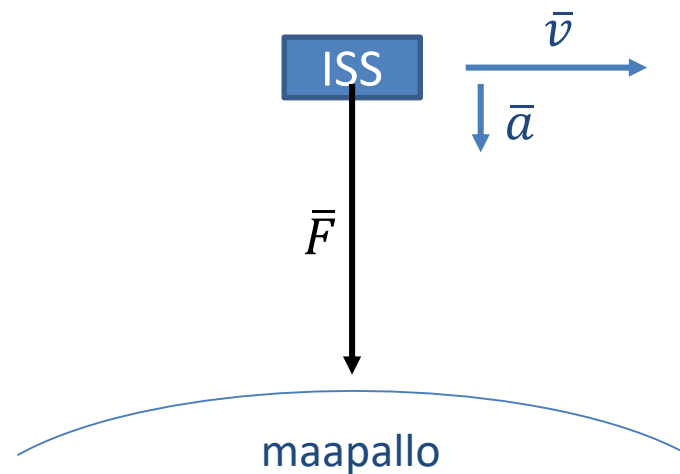
Maapalloa kiertävä kansainvälinen ISS-avaruusasema on ympyräradalla, jonka etäisyys maanpinnasta on 405 km.

- Kuinka suuri on avaruusaseman nopeus? Piirrä kuvio, josta ilmenevät avaruusasemaan vaikuttavat voimat sekä avaruusaseman nopeus ja kiihtyvyys. (3 p.)
- Kuinka kauan kestää avaruusaseman yksi kierros maapallon ympäri? Maapallon pyörimistä ei huomioida. (1 p.)
- Selitä, miksi avaruusasemalla oleva ihminen kokee olevansa painoton. (2 p.)

a) Maa kohdistaa avaruusasemaan gravitaatiovoiman

$$F = \gamma \frac{mM}{r^2},$$

missä M on Maan massa, m avaruusaseman massa ja r avaruusaseman etäisyys maapallon keskipisteestä. Muita voimia ei tilanteessa vaikuta. (405 km korkeudella ilmakehä on äärimmäisen ohut, joten ilmanvastus voidaan olettaa nolaksi.)



Gravitaatiovoiman F ja kiihtyvyyden a suunta on kohti maapallon keskipistettä.

Nopeuden v suunta on ympyräradan tangentin suuntainen.

Taulukkoarvot (MAOL, s. 120):

Maan massa: $M = 5,974 \cdot 10^{24}$ kg. Maan ekvaattorisäde: $R = 6378140$ m

Avaruusaseman etäisyys maapallon keskipisteestä:

$$r = R + h = 6\,378\,140 \text{ m} + 405\,000 \text{ m} = 6\,783\,140 \text{ m}.$$

Avaruusaseman liikeyhtälö on Newtonin II lain mukaisesti $\sum \vec{F} = m\vec{a}_n$.

Koska tilanteessa avaruusasemaan vaikuttaa vain yksi voima, gravitaatio, voidaan liikeyhtälö esittää skalaarimuodossa seuraavasti:

$$\gamma \frac{mM}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

Avaruusaseman massa supistuu pois!

$$\gamma \frac{M}{r} = v^2$$

$$v = \sqrt{\gamma \frac{M}{r}} = \sqrt{6,67428 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{6\,783\,140 \text{ m}}} \approx 7666,9 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 7670 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

TI-Nspire-
laskimella:

$$\sqrt{-Gc \cdot \frac{5.974 \cdot 10^{24} \cdot \text{kg}}{(6378140+405000) \cdot \text{m}}}$$

$$7666.778615 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) Avaruusasema on tasaisessa ympyräliikkeessä, joten sen nopeus saadaan tasaisen liikkeen kaavalla:

$$T = \frac{s}{v} = \frac{2\pi r}{v} \approx \frac{2\pi \cdot 6\,783\,140 \text{ m}}{7666,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 5560 \text{ s} \approx 92,6 \text{ min}$$

c) Avaruusasema ja asemalla olevat ihmiset ovat vapaassa putoamisliikkeessä Maan gravitaatiokentässä. Painottomuuden tunne ei siis johdu siitä, että painovoima ei vaikuttaisi!

Vapaassa pudotuksessa ihmisen kiihtyvyys on sama kuin avaruusaseman, joten ihminen ei tunne tukivoimaa. Tästä aiheutuu painottomuuden tunne, vaikka ihmiseen kohdistuvan gravitaatiovoiman suuruus ei ole juurikaan pienempi.

(Gravitaatio on kääntäen verrannollinen etäisyyden neliöön, joten painovoima on

$$\left(\frac{6378140 \text{ m}}{6\,378\,140 \text{ m} + 405000 \text{ m}} \right)^2 \approx 0,884 \approx 88 \%$$

normaaliin verrattuna.)