

## K2013/5

Koneen osia sisältävä laatikko, jonka massa on 425 kg, on kaltevilla lastaussillalla. Lastaussillan kaltevuuskulma vaakatasoon nähden on  $35^\circ$ , ja laatikon ja sillan välinen lepokitkakerroin on 0,52. Laatikko pidetään paikallaan lastaussillan suuntaisella voimalla. Kuinka suuri on voiman pienin ja suurin mahdollinen arvo?

Laatikko on levossa, joten Newtonin II lain mukaan siihen kohdistuvien voimien summa on nolla:  $\sum \vec{F} = 0$ .

Piirretään ensin kuvio tilanteesta, jossa voima on suurin mahdollinen, eli laatikko on juuri lähdyksessä liukumaan lastaussilta ylös.

$\vec{G}$  = laatikon paino

$\vec{N}$  = pinnan tukivoima

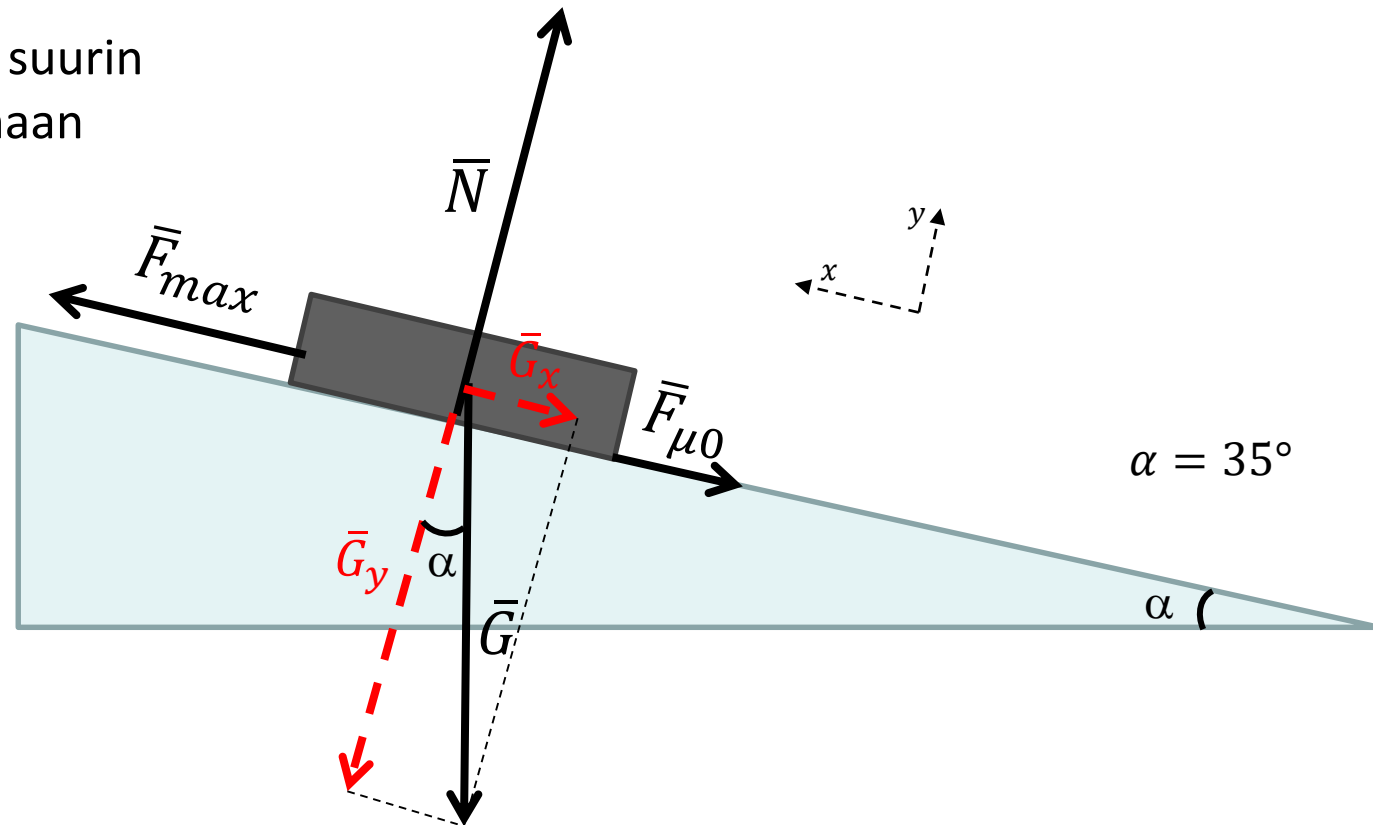
$\vec{F}_{max}$  = laatikkoon kohdistuva (vetävä) voima

$\vec{F}_{\mu 0}$  = täysin kehittynyt lepokitka

Jaetaan paino tason suuntaisiin ja tasoa vastaan kohtisuoriin komponentteihin:

$$G_x = G \sin \alpha = mg \sin \alpha$$

$$G_y = G \cos \alpha = mg \cos \alpha$$



Tasapainoehto  $x$  –suunnassa:

$$\bar{F}_{max} + \bar{G}_x + \bar{F}_{\mu 0} = 0$$

Skalaarimuodossa:

$$F_{max} - G_x - F_{\mu 0} = 0$$

$$F_{max} = G_x + F_{\mu 0} = mg \sin \alpha + \mu_0 N$$

Tasapainoehto  $y$  –suunnassa:

$$\bar{G}_y + \bar{N} = 0$$

Skalaarimuodossa:

$$-G_y + N = 0$$

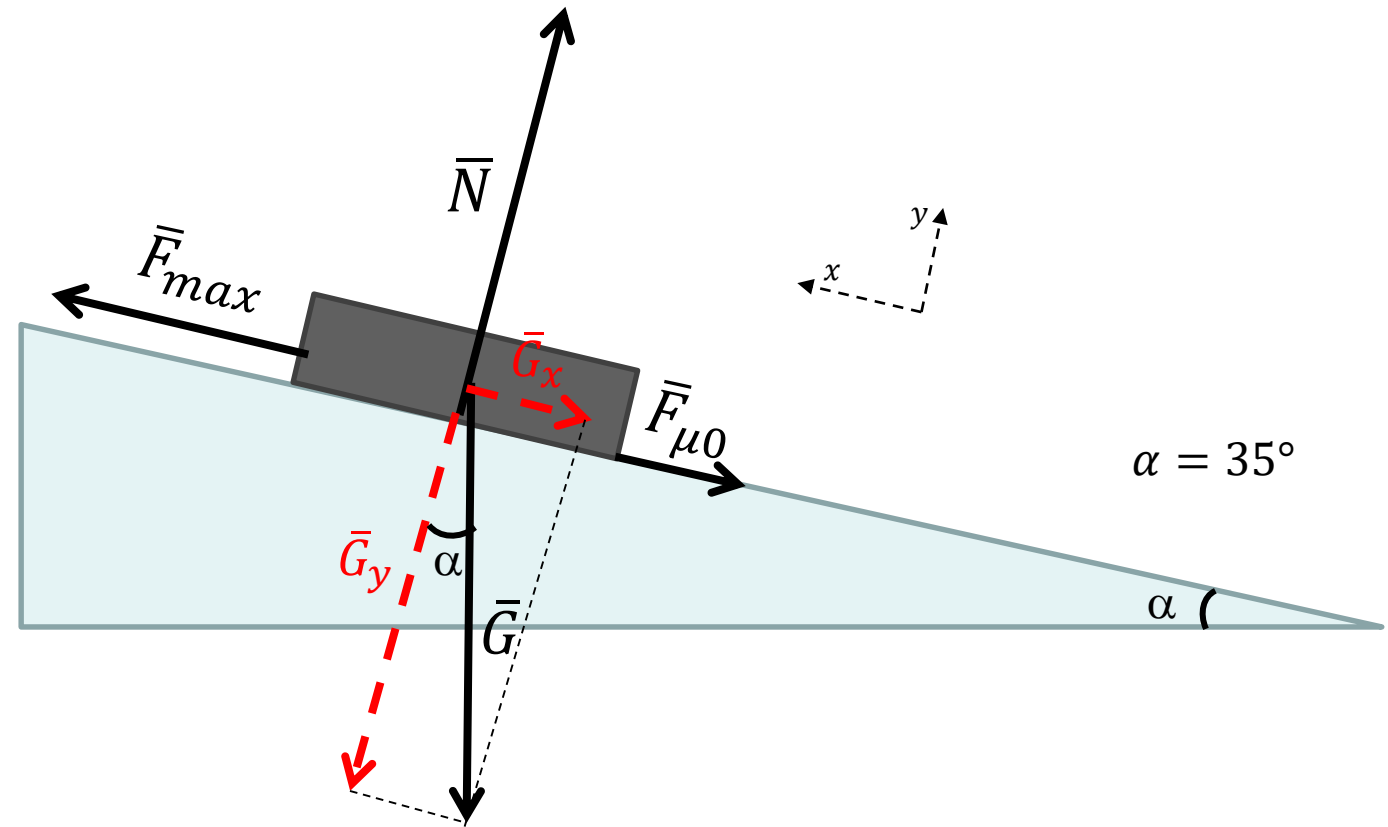
$$N = G_y = mg \cos \alpha$$

Voiman suurin arvo:

$$F_{max} = mg \sin \alpha + \mu_0 mg \cos \alpha$$

$$F_{max} = mg(\sin \alpha + \mu_0 \cos \alpha) = 425 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (\sin 35^\circ + 0,52 \cos 35^\circ) \approx 4167,3 \text{ N} \approx 4\,200 \text{ N}$$

Voiman suurin arvo on 4 200 N.



Ratkaisu TI-Nspirellä:

$$425 \cdot \text{kg} \rightarrow m$$

$$425 \cdot \text{kg}$$

$$\text{solve} \left( \begin{cases} f_{max} - m \cdot g \cdot \sin(35) - 0.52 \cdot n = 0 \\ n = m \cdot g \cdot \cos(35) \end{cases}, f_{max} \right)$$

$$f_{max} = 4165.890292 \cdot \text{N} \text{ and } n = 3414.083393 \cdot \text{N}$$

$$\begin{cases} F_{max} - mg \sin \alpha - \mu_0 N = 0 \\ N = mg \cos \alpha \end{cases}$$

Lasketaan vielä voiman pienin arvo

Selvitetään ensin riittääkö lepokitka pitämään laatikon paikallaan.

Täysin kehittynyt lepokitka eli lepokitkan suurin arvo:

$$F_{\mu 0} = \mu_0 N = \mu_0 m g \cos \alpha$$

$$F_{\mu 0} = 0,52 \cdot 425 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos 35^\circ \\ \approx 1775,93 \text{ N}$$

Painon tason suuntainen komponentti:

$$G_x = m g \sin \alpha$$

$$G_x = 425 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin 35^\circ \approx 2391,38 \text{ N}$$

Koska  $G_x > F_{\mu}$ , tarvitaan voima  $F_{min}$  pitämään laatikko paikallaan.

Tasapainoehto  $x$  –suunnassa voidaan nyt kirjoittaa muotoon

$$F_{min} + F_{\mu 0} - G_x = 0 \quad \Leftrightarrow \quad F_{min} = G_x - F_{\mu 0}$$

$$\text{Voiman pienin arvo on siis } F_{min} = 2391,38 \text{ N} - 1775,93 \text{ N} \approx 615,45 \text{ N} \approx 620 \text{ N}$$

