

Coulombin laki

- Kahden pistemäisen varatun hiukkasen välinen sähköinen voima \bar{F} on suoraan verrannollinen varausten Q_1 ja Q_2 tuloon ja kääntäen verrannollinen etäisyyden r neliöön

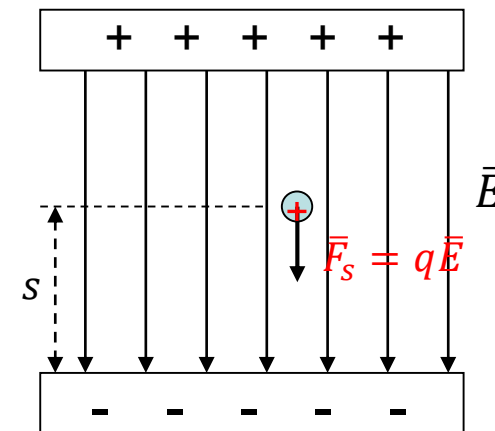
$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2}, \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

- $\epsilon_0 =$ sähkövakio eli tyhjiön permittiivisyys
- $\epsilon_0 = 8,85419 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$
- $k = 8,98755 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$ (Coulombin lain vakio)
- Kun sähköinen voima suhteutetaan (testi)varaukseen q , saadaan sähkökentän \bar{E} voimakkuus $\bar{E} = \frac{\bar{F}}{q}$.
- Coulombin lain perusteella pistevarauksen Q aiheuttaman sähkökentän voimakkuus etäisyydellä r saadaan kaavasta $E = k \frac{Q}{r^2}$.

Potentiaali ja jännite

- Homogeenisessa sähkökentässä varatulla hiukkasella on potentiaalienergia
 - Vrt. potentiaalienergia painovoimakentässä $E_p = mgh$
 - Potentiaalienergian E_p määrä riippuu siitä, mikä kentän kohta on maadoitettu (nollataso).
- Hiukkasen potentiaalienergia on yhtä suuri kuin siirtotyö $E_p = qEs$
 - Tehty työ ei riipu siitä, mitä tietä varaus on siirretty (sähköinen voima on siis konservatiivinen voima).
- Sähkökentän pisteen (A) potentiaali V on sähkökentässä olevan hiukkasen potentiaalienergian ja sen varauksen suhde $V = \frac{E_{pA}}{q}$.
- Potentiaalın yksikkö on $[V] = [E_p]/[q] = 1 \text{ J/C} = 1 \text{ V}$ (voltti)
- Homogeenisen sähkökentän potentiaali pisteessä A on

$$V = \frac{E_{pA}}{q} = \frac{qEs}{q} = Es$$



- Kahden pisteen välinen *jännite* U on näiden pisteiden välinen *potentiaaliero*
- Homogeenisen sähkökentän pisteiden välinen jännite on sähkökentän voimakkuuden ja kentän suuntaisen siirtymän tulo $U = Ed$.
- Kun positiivisesti varattu hiukkanen (varaus q) siirretään pisteestä B pisteeseen A tehdään sähköistä voimaa vastaan työ $W = \Delta E_p$.

- Tällöin jännite $U = U_{AB} = \frac{\Delta E_p}{q} = \frac{W}{q}$, joten

$$W = qU$$

- Mekaanisen energian säilymlaki sähkökentässä
- Sähkökentän tekemä työ ilmenee kiihdytetyn (varatun) hiukkasen liike-energiana

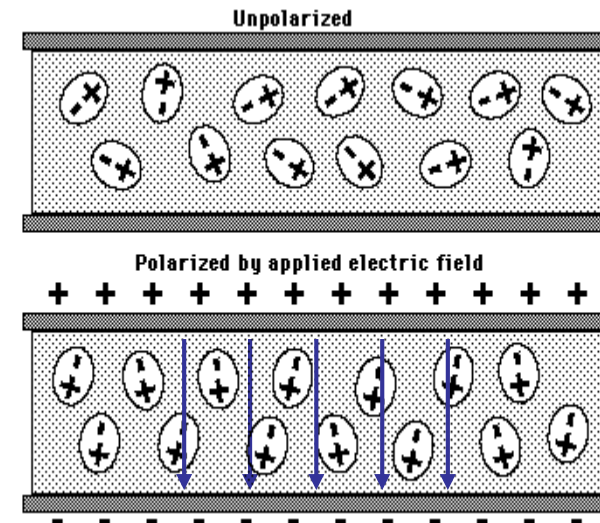
$$qU = \frac{1}{2}mv^2$$

Johde sähkökentässä

- Johteissa vapaat varaukselliset hiukkaset, *vapaat elektronit*, toimivat varauksen kuljettajina
- Varatussa johdekappaleessa ylimääräinen sähkövaraus asettuu kappaleen ulkopintaan
 - johtuu varausten keskinäisestä hylkimisvoimasta
 - varaustiheys on suurin kappaleen kärjissä ja ulospäin kaarevissa pinnoissa
- Faradayn häkki suojaa ulkoisilta sähkökentiltä
- *Sähköinen influenssi* johteessa:
 - sähkökenttä aiheuttaa varausten jakautumisen eli *influenssin* johteessa
 - jakautuneet varaukset aiheuttavat johteessa alkuperäiselle kentälle vastakkaisen kentän
 - sisäinen kenttä kumoaa ulkoisen kentän vaikutuksen
 - johtimen sisällä sähkökentän voimakkuus on nolla

Eriste sähkökentässä

- Eriste on aine, jossa ei ole vapaita sähkökuljettajia tai niitä on erittäin vähän
- Elektronit ovat tiukasti kiinni eristeen rakenteen sidoksissa
- Eriste voi koostua pysyvistä dipolimolekyyleistä, joiden sähkövaraus on jakautunut molekyylin sisällä (kokonaisvaraus nolla)
- Vaikka molekyylit eivät olisikaan dipoleja, sähkökenttä voi aiheuttaa niissä *polarisoitumisen* eli molekyylin sisäisen varauksen jakautumisen
- Sähkökentässä dipoli kääntyy kentän suuntaiseksi
 - kuten myös polarisoituneet, pysymättömät ”dipolimolekyylit”
- Sähköisessä polarisoitumisessa kappaleeseen syntyy sisäinen sähkökenttä, joka on ulkoiselle kentälle vastakkaisuuntainen
 - sähkökentän voimakkuus pienenee
 - eristeen *suhteellinen permittiivisyys* ϵ_r on alkuperäisen ulkoisen kentän E_u suhde eristeen vaikutuksesta pienentyneeseen sähkökentän voimakkuuteen E_e
 - kaikille eristeaineille $\epsilon_r > 1$
 - eristeen permittiivisyys on $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$



Tasavirtapiirit

- Sähkövirta I
 - yksikkö ampeeri, $[I] = 1 \text{ A}$
 - suunta plusnavasta miinusnapaan
- Ohmin laki
 - Vakiolämpötilassa komponentissa tapahtuva jännitehäviö U on suoraan verrannollinen sähkövirtaan I ja resistanssiin R eli $U = RI$.
 - Resistanssi on johtimelle (tai komponentille) ominainen vakio. Se ilmaisee johtimen kykyä vastustaa sähkövirran kulkua.
- Joulen laki
 - Sähköjohdin tai laite, jonka resistanssi on R , kuluttaa virtapiirissä tehon $P = UI$.
- Vastusten sarjaankytkentä
 - kokonaisresistanssi R on resistanssien summa

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

- Vastusten rinnankytkentä
 - kokonaisresistanssin R käänteisarvo on resistanssien käänteisarvojen summa

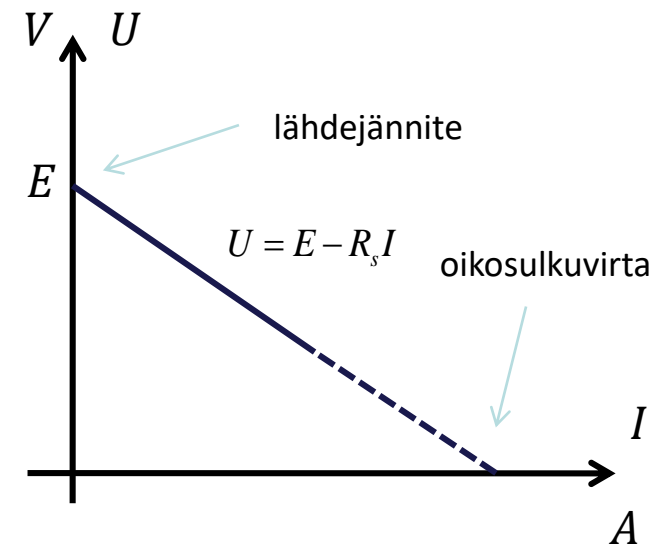
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

Pariston kuormituskäyrä

- *Kuormittamattoman* pariston napojen välistä jännitettä kutsutaan *lähdejännitteeksi* E
- *Kuormitetun* pariston napojen välinen jännite on *napajännite* U
- Napajännite on pienempi kuin lähdejännite pariston *sisäisen resistanssin* R_s vuoksi

$$U = E - R_s I$$

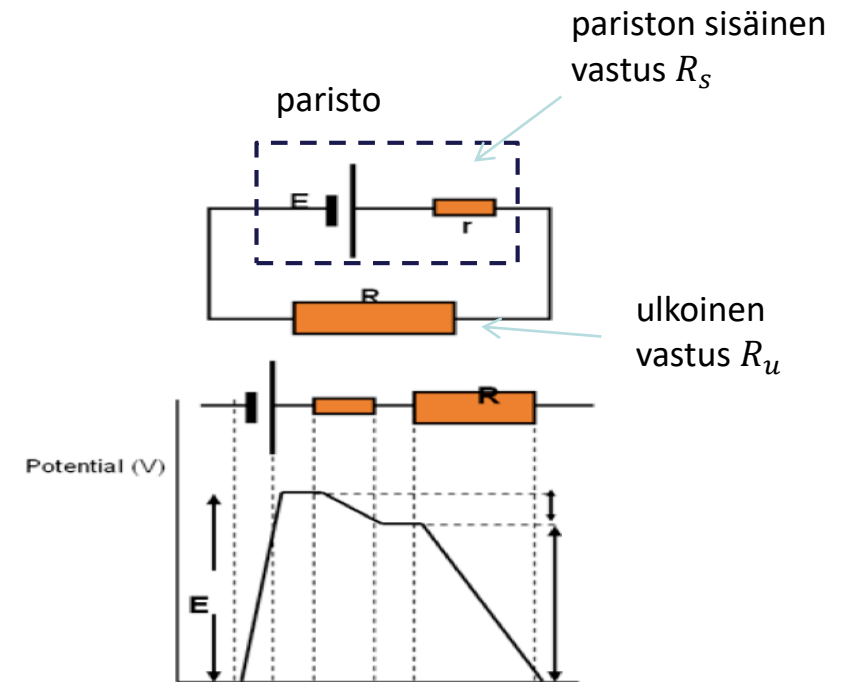
- Kun pariston napajännite U esitetään virran I funktiona (I, U) – koordinaatistossa, saadaan pariston *kuormituskäyrä*
- Kuormituskäyrän ja vaaka-akselin leikkauspisteestä saadaan *oikosulkuvirta*
 - Oikosulkuvirta saavutetaan tilanteessa, jossa *ulkoisen resistanssi* $R_u = 0$
 - Tällöin myös napajännite $U = 0$
 - Jännitelähteet eivät yleensä kestä oikosulkuvirtaa (suurin mahdollinen virta)



Suoran kulmakertoimesta saadaan pariston sisäinen resistanssi R_s

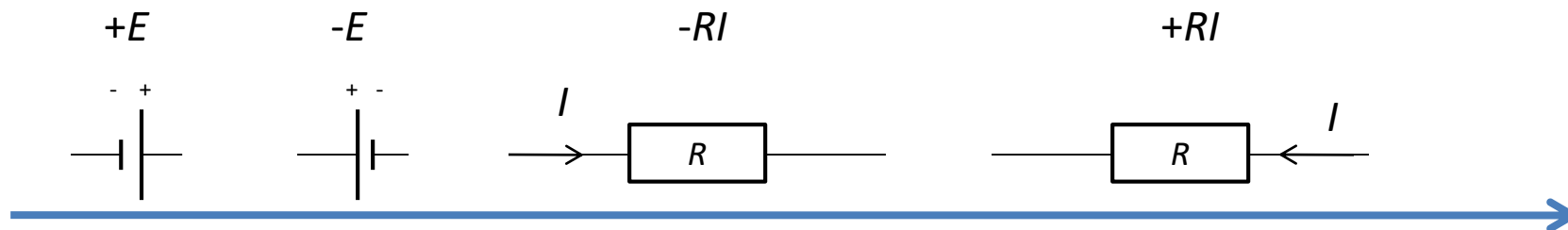
Kirchhoffin lait

- Kirchhoffin 1. laki:
 - Virtapiirissä haarautumispisteeseen tulevien sähkövirtojen summa on yhtä suuri kuin siitä lähtevien sähkövirtojen summa (varauksen säilymislain eräs muoto).
- Kirchhoffin 2. laki
 - Suljetun virtapiirin jokaisessa umpinaisessa silmukassa lähdejännitteiden E summa on yhtä suuri kuin piirissä tapahtuvien jännitehäviöiden U summa:
$$E_1 + E_2 + \dots + E_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$
 - Suljetussa virtapiirissä potentiaalimuutosten summa on nolla (vrt. potentiaalikäyrä!)



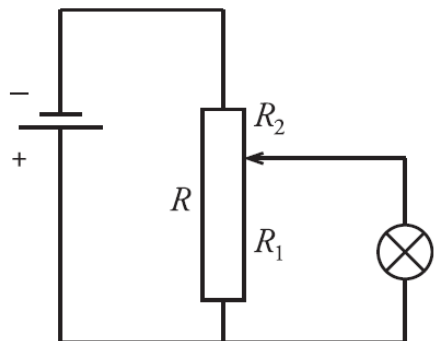
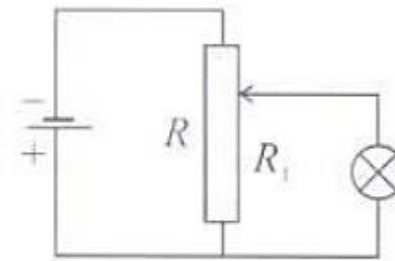
Virtapiirilaskujen suoritus vaiheittain

1. Valitse sähkövirran kiertosuunta, jos sitä ei ole jo merkitty kytkentäkaavioon
 - Jos suunta on valittu väärin, vastauksena saadaan negatiivinen virran arvo
2. Sovi virtapiirin kiertosuunta jokaiselle silmukalle erikseen
3. Mahdollisissa haarautumiskohdissa muodosta Kirchhoffin 1. lain mukaiset virtayhtälöt
4. Valitse suljetun virtapiirin kierron lähtöpiste (usein maadoituspiste)
5. Sovella Kirchhoffin 2. lakia niin moneen suljettuun virtapiirin kierrokseen, että saat riittävästi yhtälöitä kaikkien tuntemattomien suureiden laskemiseksi
 - Jokaisella suljetulla kierroksella potentiaalimuutosten summa on nolla!
 - Potentiaalimuutosten etumerkit kun tarkastelusuunta on oikealle:



Yo-tehtävä K2006/7

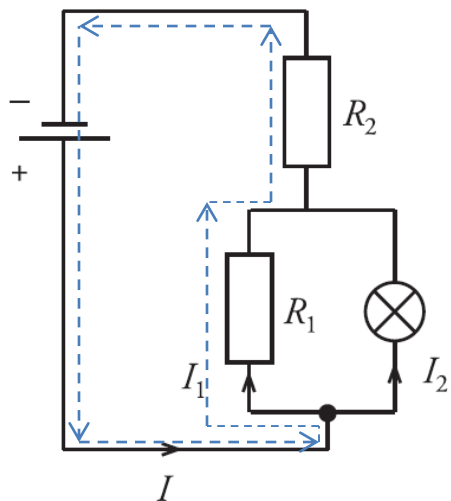
Lamppu kytketään säätövastuksen välityksellä 12 V:n akkuun oheisen kytkentäkaavion mukaisesti. Säätövastuksen kokonaisresistanssi R on 32Ω . Kun säätövastuksen liukukytin on asetettu siten, että R_1 on 28Ω (kuva), lampun napojen välinen jännite on $4,5 \text{ V}$. Kuinka monta prosenttia akusta otetusta tehosta kuluu tällöin lampussa? Akun sisäinen resistanssi on hyvin pieni.



Säätövastuksen osa R_1 ja lamppu ovat rinnankytkettyjä.

Esitetään kytkentä selkeämmin rinnankytkentänä ja merkitään virrat kulkusuuntineen kytkentäkaavioon (1. vaihe)

$$E = 12 \text{ V} (= U_A, \text{ koska akun sisäinen vastus on pieni}), R_1 = 28 \Omega, R_2 = 32 \Omega - 28 \Omega = 4,0 \Omega, \\ U_L = 4,5 \text{ V}$$



Valitaan tarkastelusuunnaksi (oletettu) virran kulkusuunta eli kierto vastapäivään (2. vaihe)

$$\text{Kirchhoffin 1. laki: } I = I_1 + I_2 \quad (3. \text{ vaihe})$$

Valitaan potentiaalitarkastelun lähtöpisteeksi vasen yläkulma (4. vaihe)

$$\text{Kirchhoffin 2. laki: } E - R_1 I_1 - R_2 I = 0 \quad (5. \text{ vaihe})$$

Koska vastus R_1 ja lamppu on kytketty rinnan, niiden napojen välillä on sama jännite $U_L = 4,5 \text{ V} = R_1 I_1$ (Tämä voidaan päätellä myös Kirchhoffin 2. lain perusteella kiertämällä vastuksen ja lampun muodostama suljettu lenkki).

Lasketaan saaduista yhtälöistä haarautumiskohtaan tuleva virta I :

$$I = \frac{E - R_1 I_1}{R_2} = \frac{12 \text{ V} - 4,5 \text{ V}}{4,0 \Omega} = 1,875 \text{ A}$$

Ja lampun läpi kulkeva virta I_2 :

$$I_2 = I - I_1 = I - \frac{U_L}{R_1} = 1,875 \text{ A} - \frac{4,5 \text{ V}}{28 \Omega} \approx 1,7143 \text{ A}$$

Lampun tehonkulutus:

$$P_L = U_L I_2 = 4,5 \text{ V} \cdot 1,7143 \text{ A} \approx 7,7143 \text{ W}$$

Akusta otettu teho:

$$P_A = U_A I = 12 \text{ V} \cdot 1,875 \text{ A} = 22,5 \text{ W}$$

Tästä tehosta kuluu lampussa

$$\frac{P_L}{P_A} = \frac{7,7143 \text{ W}}{22,5 \text{ W}} \approx 0,343 \approx 34\%$$

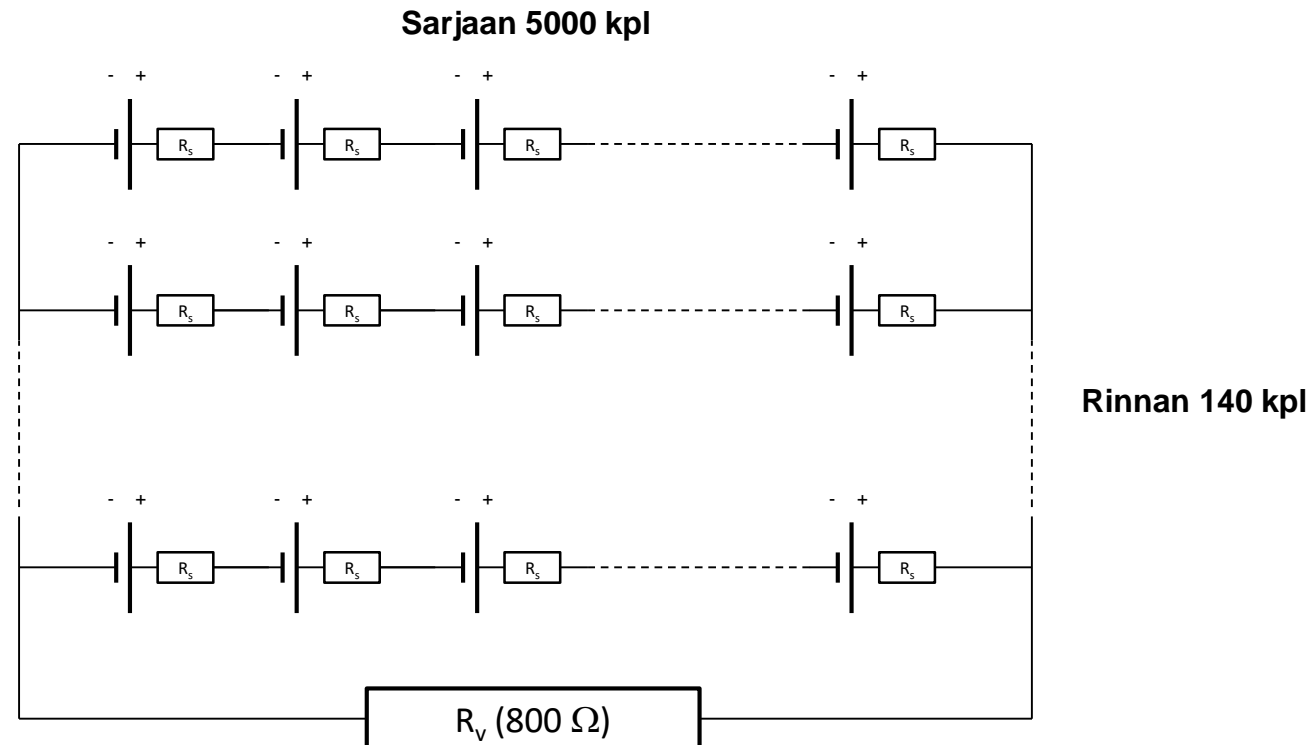
Yo-tehtävä K11/7

Sähköankerias (*Electrophorus electricus*) pystyy antamaan saaliilleen lamaannuttavia sähköiskuja. Sähkö tuotetaan erityisten sähköelinten avulla, jotka koostuvat suuresta joukosta sähkösoluja. Kukin solu voi luoda 0,15 V lähdejännitteen, ja solun sisäinen resistanssi on 0,25 Ω . Sähköelimessä on rinnankytkettynä 140 riviä sähkösoluja, ja kussakin rivissä on 5 000 sähkösolua sarjaankytkettynä. Ankerias saa aikaan sähkövirran ympäröivään veteen, jonka resistanssi on 800 Ω muodostuvassa virtapiirissä.

- Piirrä periaatteellinen kytkentäkaavio.
- Kuinka suuren maksimivirran ankerias voi aiheuttaa veteen?
- Kuinka suuri virta kulkee tällöin yhden sähkösolun läpi?

Ratkaisu:

a)



b) Rivin sarjaan kytkettyjen solujen sisäinen resistanssi

$$R_r = 5000 \cdot 0,25 \Omega = 1250 \Omega$$

Rivit on kytketty rinnan, joten koko elimen sisäinen resistanssi on

$$\frac{1}{R_e} = 140 \frac{1}{R_r} \Leftrightarrow R_e = \frac{R_r}{140} = \frac{1250 \Omega}{140} \approx 8,9286 \Omega$$

Koko piirin resistanssi $R = 800 \Omega + 8,9286 \Omega = 808,93 \Omega$

Sarjaan kytkettyjen solujen lähdejännite $E = 5000 \cdot 0,15 V = 750 V$

Koko sähköelimen lähdejännite on myös $E = 750 V$, sillä rinnankytkentä ei vaikuta lähdejännitteeseen (napajännitteeseen kylläkin). Maksimisähkövirta on siis.

$$I_{\max} = \frac{E}{R} = \frac{750 V}{808,93 \Omega} \approx 0,92715 A \approx \underline{\underline{0,93 A}}$$

c) Koska rivit ovat identtisiä, Kirchhoffin 1. lain perusteella yhdessä rivissä ja samalla siis yhdessä solussa kulkee virta

$$I_s = \frac{I}{140} = \frac{0,92715 A}{140} \approx 0,0066225 A \approx \underline{\underline{6,6 mA}}$$