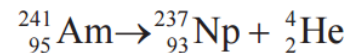


S2011/9

Palovaroittimessa on α -aktiivista ^{241}Am -isotooppia, jonka hajoamisreaktio on



- a) Palovaroittimen ^{241}Am -aktiivisuus on 38 kBq. Kuinka monta grammaa ^{241}Am -isotooppia varoittimessa on?
- b) Varoitin lakkaa toimimasta, jos sen aktiivisuus laskee alle 25 kBq:n. Kuinka pitkä aika tähän kuluu?
- c) Laske alfahiukkasen kineettinen energia ^{241}Am -isotoopin alfahajoamisessa.
 ^{241}Am -isotoopin puoliintumisaika on 432 a ja sen atomimassa 241,05682 u.

c) Lasketaan reaktioenergia alfahajoamisessa $^{241}_{95}\text{Am} \rightarrow ^{237}_{93}\text{Np} + ^4_2\text{He}$.

Muista, että tässä lasketaan *ytimen* massavajetta, joten vähennä atomin massaista elektronien massat! Laskussa kannattaa käyttää helium-atomin massaa alfahiukkasen massan sijaan, jolloin elektronien massat supistuvat pois.

$$Q = [m_{\text{Am}} - 95m_e - (m_{\text{Np}} - 93m_e + m_{\text{He}} - 2m_e)] \cdot c^2$$

$$Q = [m_{\text{Am}} - m_{\text{Np}} - m_{\text{He}}] \cdot c^2$$

$$Q = [241,05682 \text{ u} - 237,048167 \text{ u} - 4,0026033 \text{ u}] \cdot c^2 \approx 5,6353 \text{ MeV}$$

$$q := (241.05682 \cdot \text{u} - 237.048167 \cdot \text{u} - 4.0026033 \cdot \text{u}) \cdot \text{c}^2 \quad 9.02868168949\text{E-13} \cdot \text{J}$$

$$9.0286816894888\text{E-13} \cdot \text{J} \blacktriangleright \text{eV}$$

$$5635259.86954 \cdot \text{eV}$$

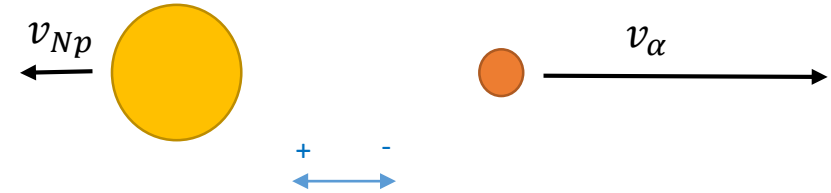
Oletetaan, että (likimain) kaikki reaktiossa vapautuva energia muuttuu hiukkasten liike-energiaksi. Näin saadaan yhtälö

$$\frac{1}{2} m_{Np} v_{Np}^2 + \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 = Q$$

Tässä pitää käyttää alfahiukkasen massaa m_{α} . Myös m_{Np} tarkoittaa nyt neptunium-ytimen massaa.

Oletetaan lisäksi, että Amerikium-ydin on kutakuinkin levossa ennen hajoamistaan. Tällöin liikemäärän säilymisen perusteella:

$$m_{Np} v_{Np} - m_{\alpha} v_{\alpha} = 0$$



Ratkaistaan yhtälöpari ensin "tyylikkäämmin" eli ilman laskinohjelmaa ja mahdollisimman vähillä sijoituksilla. Samalla alfahiukkasen energialle saadaan muodostettua yksinkertainen laskukaava.

Liikemäärän yhtälöstä saadaan $v_{Np} = \frac{m_{\alpha}}{m_{Np}} v_{\alpha}$. Sijoitetaan tämä energiayhtälöön.

$$\frac{1}{2} m_{Np} \left(\frac{m_{\alpha}}{m_{Np}} v_{\alpha} \right)^2 + \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 = Q$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m_{Np}} \frac{m_{\alpha}^2}{\cancel{m_{Np}^2}} v_{\alpha}^2 + \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 = Q$$

$$\frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 \frac{m_{\alpha}}{m_{Np}} + \frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 = Q$$

$$\frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 \left(\frac{m_{\alpha}}{m_{Np}} + 1 \right) = Q$$

$$\frac{1}{2} m_{\alpha} v_{\alpha}^2 = E_{k\alpha} = \frac{Q}{\frac{m_{\alpha}}{m_{Np}} + 1} = \frac{5,6353 \text{ MeV}}{\frac{4,0015062 \cancel{\mu}}{237,048167 \cancel{\mu} - 93 \cdot 5,485799 \cdot 10^{-4} \cancel{\mu}} + 1}$$

$$E_{k\alpha} \approx 5,5417 \text{ MeV} \approx 5,5 \text{ MeV}$$

Neptunium-atomien massasta pitää vähentää elektronien massat. Tämä ei tosin vaikuta juurikaan lopputulokseen.

Alfahiukkasen liike-energia on 5,5 MeV
(n. 98 % reaktioenergiasta menee alfahiukkaselle).

TI-Nspire:

$$q := (241.05682 \cdot \text{u}^{-237.048167} \cdot \text{u}^{-4.0026033} \cdot \text{u}) \cdot \text{c}^2 \quad 9.02868168949 \mathbf{E}^{-13} \cdot \text{J}$$

$$9.0286816894888 \mathbf{E}^{-13} \cdot \text{J} \blacktriangleright \text{eV} \quad 5635259.86954 \cdot \text{eV}$$

$$m1 := 237.048167 \cdot \text{u}^{-93} \cdot \text{Me} \quad 3.93543024701 \mathbf{E}^{-25} \cdot \text{kg}$$

$$m2 := 4.0015062 \cdot \text{u} \quad 6.64465737034 \mathbf{E}^{-27} \cdot \text{kg}$$

$$\text{solve} \left(\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot m1 \cdot v1^2 + \frac{1}{2} \cdot m2 \cdot v2^2 = q \\ m1 \cdot v1 - m2 \cdot v2 = 0 \end{array} \right. \right) \left. \left\{ v1, v2 \right\} \right| v2 > 0$$

$$v1 = 276016.787345 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{and} \quad v2 = 16347642.2193 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v2 := 16347642.2193 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad 16347642.2193 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m2 \cdot v2^2 \blacktriangleright \text{eV} \quad 5541692.84413 \cdot \text{eV}$$