

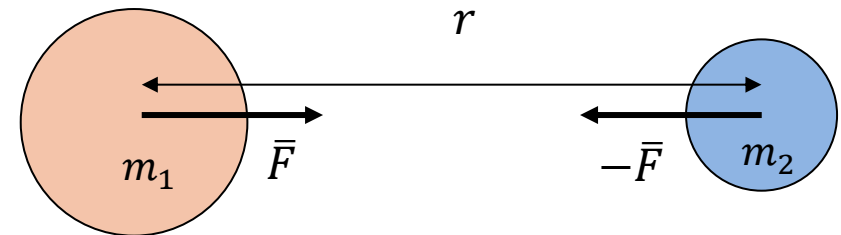
# Newtonin painovoimalaki

- Isaac Newton oivalsi, että kaikki kappaleet vaikuttavat toisiinsa gravitaatiovuorovaikutuksen kautta.
- Gravitaatiovuorovaikutus aiheuttaa voiman  $F$ , joka on aina vetovoima.
- Gravitaatiovoima on suoraan verrannollinen kappaleiden massoihin.

$$- F \sim m_1, F \sim m_2$$

- Gravitaatiovoima kääntäen verrannollinen etäisyyden neliöön.

$$- F \sim \frac{1}{r^2}$$



# Newtonin painovoimalaki

- Gravitaatiovoiman suuruus voidaan laskea kaavalla

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

- Verrannollisuuskerrointa  $\gamma$  kutsutaan gravitaatiovakioksi, jonka arvoksi on mitattu  $\gamma = 6,67259 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$ .
- Kaavassa  $r$  on kappaleiden massakeskipisteiden välinen etäisyys.
  - Newton osoitti, että pallon muotoisen kappaleen aiheuttama painovoima kappaleen ulkopuolella on sama kuin pistemäisen saman massaisen kappaleen aiheuttama painovoima.

# Gravitaatiokenttä

- Massallisten kappaleiden ympärille muodostuu gravitaatiokenttä.
  - Suhteellisuusteorian mukaan gravitaatio ilmenee toisaalta avaruuden kaareutumisenä.
- Gravitaatiokentän voimakkuus  $g_r$  kertoo kuinka suuren kiihtyvyyden  $a$  painovoima aiheuttaa kappaleelle (massa =  $m$ ).
- Newtonin II lain ja gravitaatiolain mukaan etäisyydellä  $r$  Maan (massa =  $M$ ) keskipisteestä:

$$F = \gamma \frac{Mm}{r^2} = ma$$

$$a = \gamma \frac{M}{r^2} = g_r \quad \left( \approx 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \text{ kun } r = \text{maapallon säde} \right)$$

t. 4.10, s. 60

a) Ratkaistaan ensin kuumönkijän massa  $m$ .

Gravitaatiolain mukaan gravitaatiovoima  $G_1 = 2060$  N Maan pinnalla on

$$G_1 = \gamma \frac{m \cdot m_1}{r_1^2},$$

missä  $r_1 = 6378$  km on Maan säde ja  $m_1 = 5,9723 \cdot 10^{24}$  kg on Maan massa (taulukkokirjasta).

Kuumönkijän massa on

$$m = \frac{G_1 r_1^2}{\gamma m_1} \approx 210,2 \text{ kg}$$

$$g1:=2060 \cdot \_N$$

$$2060 \cdot \_N$$

$$m1:=5.9723 \cdot 10^{24} \cdot \_kg$$

$$5.9723\text{E}24 \cdot \_kg$$

$$r1:=6378 \cdot \_km$$

$$6378000 \cdot \_m$$

$$m:=\frac{g1 \cdot r1^2}{\_Gc \cdot m1}$$

$$210.22720265 \cdot \_kg$$

Kuussa mönkijään vaikuttaa gravitaatiovoima

$$G_2 = \gamma \frac{m \cdot m_2}{r_2^2}$$

missä  $r_2 = 1738$  km on Kuun säde ja  $m_2 = 7,346 \cdot 10^{22}$  kg on Kuun massa.

Gravitaatiovoiman suuruudeksi saadaan  $G_2 \approx 341$  N.

$$m2:=7.346 \cdot 10^{22} \cdot \text{\_kg}$$

$$7.346\text{E}22 \cdot \text{\_kg}$$

$$r2:=1738 \cdot \text{\_km}$$

$$1738000. \cdot \text{\_m}$$

$$g2:=\_Gc \cdot \frac{m \cdot m2}{r2^2}$$

$$341.2290641 \cdot \text{\_N}$$

- b) Olkoon  $x$  se etäisyys Maan keskipisteestä, jolloin Maan vetovoima on yhtä suuri kuin edellä laskettu  $G_2$ . Muodostetaan yhtälö

$$G_2 = \gamma \frac{m \cdot m_1}{x^2}$$

ja ratkaistaan se laskimella. (Huom! Yleisohjeena yo-kokeessa on tuntemattoman suhteen ratkaistun suureyhtälön esittäminen, mutta solven käyttö silti ehkä ok.)

```
solve(g2=_Gc * (m * m1 / x^2), x) | x > 0
```

$x = 15670942.52 \cdot \text{m}$

Kysytty etäisyys  $x \approx 15\,670$  km (n. 2,5 Maan sädettä)

Huom! Etäisyydelle voi muodostaa lausekkeen yhtälöstä  $\gamma \frac{m \cdot m_1}{x^2} = \gamma \frac{m \cdot m_2}{r_2^2}$ .

Tulos ei riipu gravitaatiovakioista ja mönkijän massasta, koska nämä voidaan supistaa pois:

$$\frac{m_1}{x^2} = \frac{m_2}{r_2^2} \iff m_1 r_2^2 = m_2 x^2 \iff x^2 = \frac{m_1}{m_2} r_2^2 \iff x = r_2 \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$$