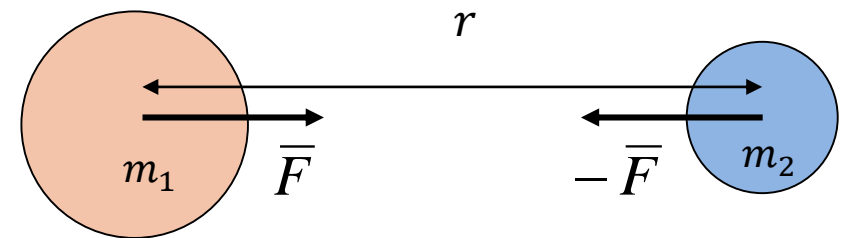


Newtonin painovoimalaki

- Newton oivalsi, että kaikki kappaleet vaikuttavat toisiinsa gravitaatiovoimalla F joka on aina vetovoima.
- Gravitaatiovoima on suoraan verrannollinen kappaleiden massoihin ($F \sim m_1, F \sim m_2$) ja kääntäen verrannollinen etäisyyden neliöön ($F \sim 1/r^2$)
- Gravitaatiovoiman suuruus on

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

- $\gamma = 6,67259 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} = \text{gravitaatiovakio}$
- r on kappaleiden (massakeskipisteiden) välinen etäisyys



Gravitaatiokenttä

- Massallisten kappaleiden ympärille muodostuu gravitaatiokenttä.
 - Suhteellisuusteorian mukaan gravitaatio ilmenee toisaalta avaruuden kaareutumisenä
- Gravitaatiokentän voimakkuus g_r kertoo kuinka suuren kiihtyvyyden a painovoima aiheuttaa kappaleelle (massa = m)
- Newtonin II lain ja gravitaatiolain mukaan etäisyydellä r Maan (massa = M) keskipisteestä:

$$F = \gamma \frac{Mm}{r^2} = ma$$

$$a = \gamma \frac{M}{r^2} = g_r \quad \left(\approx 9,81 \frac{m}{s^2}, \text{ kun } r = \text{maapallon säde} \right)$$

t. 4.10, s. 60

a) Ratkaistaan ensin kuumönkijän massa m .

Gravitaatiolain mukaan gravitaatiovoima $G_1 = 2060$ N Maan pinnalla on

$$G_1 = \gamma \frac{m \cdot m_1}{r_1^2},$$

missä $r_1 = 6378$ km on Maan säde ja $m_1 = 5,9723 \cdot 10^{24}$ kg on Maan massa (MAOL).

Laskinohjelmalla saadaan $m \approx 210$ kg.

$$m1 := 5.9723 \cdot 10^{24} \cdot \text{_kg} \qquad 5.9723\text{E}24 \cdot \text{_kg}$$

$$r1 := 6378 \cdot \text{_km} \qquad 6378000. \cdot \text{_m}$$

$$g1 := 2060 \cdot \text{_N} \qquad 2060. \cdot \text{_N}$$

$$\text{solve}\left(g1 = _Gc \cdot \frac{m \cdot m1}{r1^2}, m\right) \qquad m = 210.2272027 \cdot \text{_kg}$$

Kuussa mönkijään vaikuttaa gravitaatiovoima

$$G_2 = \gamma \frac{m \cdot m_2}{r_2^2}$$

missä $r_2 = 1738$ km on Kuun säde ja $m_2 = 7,346 \cdot 10^{22}$ kg on Kuun massa.

Gravitaatiovoiman suuruudeksi saadaan $G_2 \approx 341$ N.

$$m := 210.2272027 \cdot \text{kg}$$

$$210.2272027 \cdot \text{kg}$$

$$m_2 := 7.346 \cdot 10^{22} \cdot \text{kg}$$

$$7.346 \text{E}22 \cdot \text{kg}$$

$$r_2 := 1738 \cdot \text{km}$$

$$1738000. \cdot \text{m}$$

$$g_2 := \gamma \cdot \frac{m \cdot m_2}{r_2^2}$$

$$341.2290641 \cdot \text{N}$$

- b) Olkoon x se etäisyys Maan keskipisteestä, jolloin Maan vetovoima on yhtä suuri kuin edellä laskettu G_2 .
Voidaan muodostaa yhtälö

$$G_2 = \gamma \frac{m \cdot m_1}{x^2}$$

ja ratkaista se laskimella:

$$\text{solve}\left(g_2 = G_c \cdot \frac{m \cdot m_1}{x^2}, x \mid x > 0\right)$$

$$x = 15670942.52 \cdot \text{m}$$

Kysytty etäisyys $x \approx 15\,670$ km (n. 2,5 Maan sädettä)

Huom! Etäisyydelle voi muodostaa kaavan yhtälöstä $\gamma \frac{m \cdot m_1}{x^2} = \gamma \frac{m \cdot m_2}{r_2^2}$.

Tulos ei riipu gravitaatiovakioista ja mönkijän massasta, koska nämä voidaan supistaa pois: $\frac{m_1}{x^2} = \frac{m_2}{r_2^2}$.

$$\Leftrightarrow m_1 r_2^2 = m_2 x^2 \quad \Leftrightarrow x^2 = \frac{m_1}{m_2} r_2^2 \quad \Leftrightarrow x = r_2 \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$$