

# Tasaisesti kiihtyvä liike

- Tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä kappaleen nopeus muuttuu samassa ajassa aina yhtä paljon eli keskikiiktyvyys  $a_k$  on millä tahansa aikavälillä vakio (merkitään  $a_k = a$ )
- $(t, v)$  –koordinaatistossa liikkeen kuvaaja on suora

$$v = v_0 + at$$

- Kiihtyvyys  $a$  saadaan fysikaalisena kulmakertoimena.
- Kuljettua matkaa  $s$  kuvaa pinta-ala  $(t, v)$  – koordinaatistossa.

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$v_0$  = lähtönopeus  
 $a$  = kiihtyvyys (vakio)  
 $t$  = kulunut aika

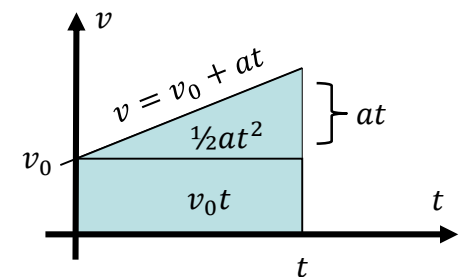
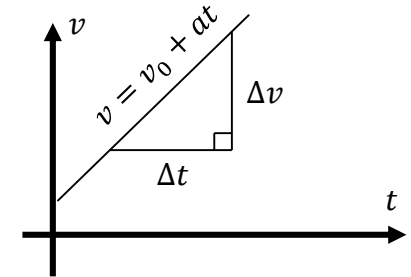
- Keskinopeus *tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä* on alku- ja loppunopeuden keskiarvo:

$$v_k = \frac{v_0 + v}{2}$$

Kuljettu matka keskinopeuden avulla on  $s = v_k t$ .

$$\text{keskikiiktyvyys} = \frac{\text{nopeuden muutos}}{\text{ajan muutos}}$$
$$a_k = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

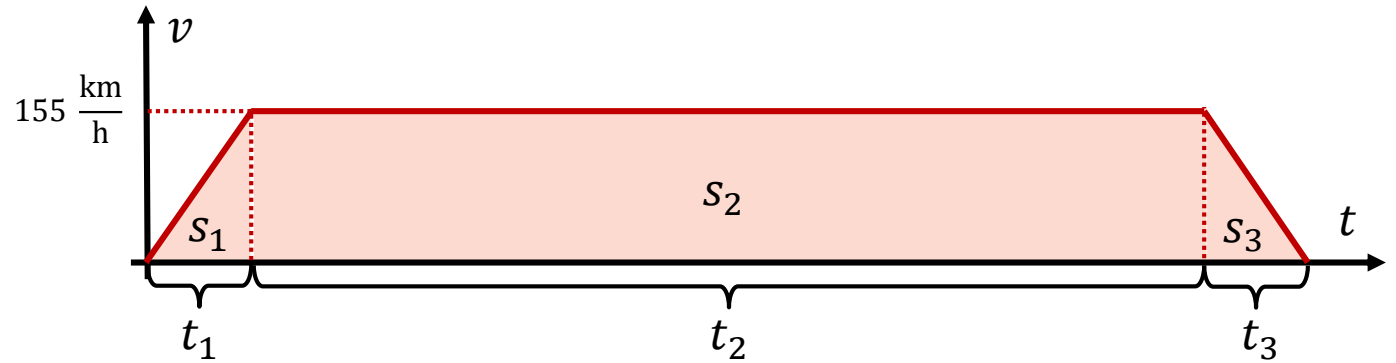
Kaava  $v = v_0 + at$  saadaan keskikiiktyvyyden kaavasta, kun  $t_0 = 0$  ja  $a_k = a$ .



## Esimerkkitehtävä:

Uutta junatyyppiä testattaessa junan kiihtyvyys ja hidastuvuus ei saa ylittää arvoa  $1,1 \frac{m}{s^2}$ . Junan nopeus ei saa olla suurempi kuin  $155 \text{ km/h}$ . Laske lyhin aika, jossa juna voi kulkea  $145 \text{ kilometrin}$  matkan lähtöasemalta pääteasemalle.

Hahmotellaan tilanne  $(t, v)$  – koordinaatistoon:



Lasketaan aika  $t_1$ , joka junalla kuluu huippunopeuteen  $v = 155 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  kiihdyttämiseen maksimikiihtyvyydellä  $a = 1,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

Koska liike on tasaisesti kiihtyvää, voidaan käyttää kaavaa

$$v = at_1.$$

$$v = v_0 + at$$

0

$t_1$

Tästä saadaan

$$t_1 = \frac{v}{a} \approx 39,14 \text{ s}$$

TI-Nspire:

$$v := 155 \cdot \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

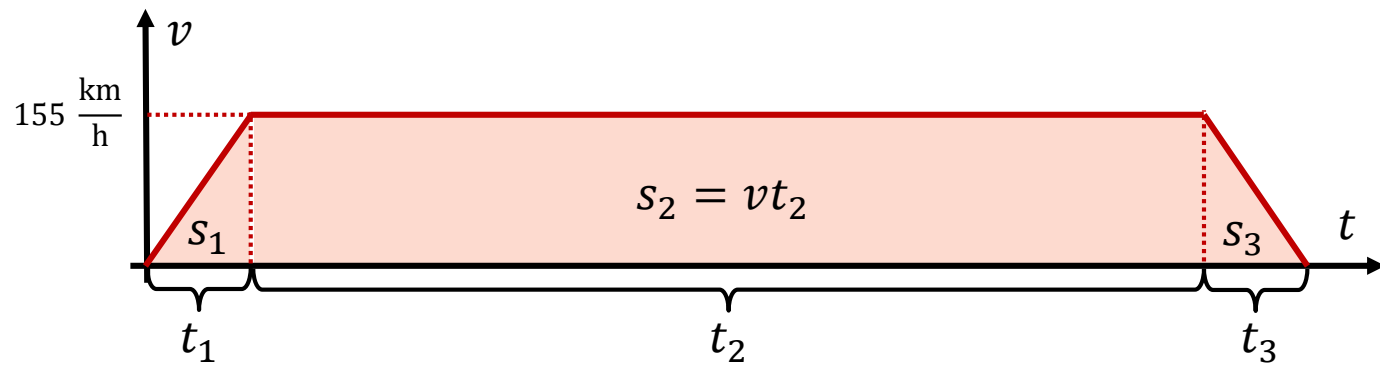
$$43.0556 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a := 1.1 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$1.1 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$t1 := \frac{v}{a}$$

$$39.1414 \cdot \text{s}$$



Lasketaan tasaisessa kiihdytyksessä (paikaltaan lähdettäessä) kuljettu matka:

$$s_1 = \frac{1}{2} at_1^2.$$

$$s_1 \approx 842,6 \text{ m}$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$\uparrow$                      $\uparrow$   
 $0$                      $t_1$

TI-Nspire:

$$s1 := \frac{1}{2} \cdot a \cdot t1^2$$

$$842.628 \cdot \text{m}$$

Kuljetun matkan voisi laskea myös keskinopeuden avulla. Tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä keskinopeus  $v_k$  on alku- ja loppunopeuden keskiarvo:

$$vk := \frac{0+v}{2}$$

$$21.5278 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$vk \cdot t1$$

$$842.628 \cdot \text{m}$$

Symmetrian perusteella tasaiseen jarrutukseen kuluu sama aika kuin kiihdytykseenkin. Siis  $t_3 = t_1$ , ja sen aikana kuljetaan sama matka  $s_3 = s_1$ .

Tasaisella nopeudella kuljetaan siis matka

$$s_2 = 145 \text{ km} - 2s_1 \approx 143,3 \text{ km.}$$

Huippunopeudella  $v = 155 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  tähän kuluu aika

$$t_2 = \frac{s_2}{v} \approx 3329 \text{ s.}$$

$$s_2 := 145 \cdot \text{km} - 2 \cdot s_1$$

$$143315. \cdot \text{m}$$

$$t_2 := \frac{s_2}{v}$$

$$3328.6 \cdot \text{s}$$

Voidaan soveltaa kaavaa  $s = vt$ , koska tässä nopeus pysyy vakiona.

Lyhimmillään matka kestää siis ajan

$$t_1 + t_2 + t_3 = 2t_1 + t_2 \approx 57 \text{ min.}$$

$$2 \cdot t_1 + t_2$$

$$3406.88 \cdot \text{s}$$

$$3406.8833496252 \cdot \text{s} \blacktriangleright \text{min}$$

$$56.7814 \cdot \text{min}$$