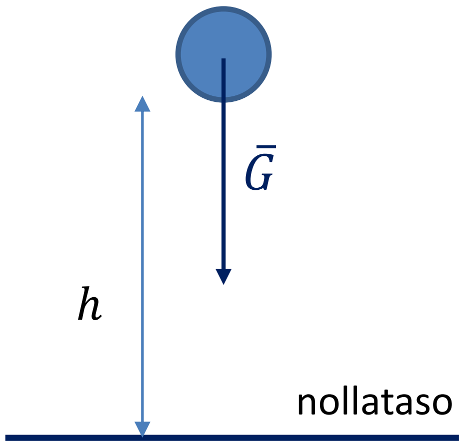
Potentiaalienergia

- Kappaletta nostettaessa tehdään työtä kappaleen painoa $G = mg$ vastaan.
- Tehdyn työn suuruus on $W = G \cdot h = mgh$.
- Toisaalta tämän työn voidaan tulkita varastoituvan kappaleen potentiaalienergiaksi.
- Potentiaalienergian suuruus riippuu valitusta nollatasosta.
- Kun valitaan lähtötilanne (usein maanpinnan taso) nollatasoksi, saadaan kappaleen potentiaalienergialle kaava

$$E_p = mgh,$$

missä
$m =$ kappaleen massa
$g =$ putoamiskiihtyvyys
$h =$ nostokorkeus



Potentiaalienergian kaava pätee, kun korkeudet ovat pieniä suhteessa maapallon kokoon. Suurilla etäisyyksillä pitää huomioida gravitaation heikkeneminen.

Potentiaalienergian yksikkö:

$$E_p = [m][g][h] = 1\ \mathrm{kg} \cdot 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1\ \mathrm{m} = 1\ \mathrm{J}\ (\text{joule})$$

Liike-energia ja työperiaate

- Kappaleeseen tehty työ voi ilmetä myös liike-energian E_k muutoksena.
- Liike-energialle pätee kaava

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2,$$

missä

$m =$ kappaleen massa

$v =$ kappaleen nopeus

Liike-energian yksikkö on myös joule:

$E_p = [m][v]^2 = 1\ \mathrm{kg} \cdot 1\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} = 1\ \mathrm{J}$

Liike-energia on suoraan verrannollinen massaan ja nopeuden neliöön.

- *Mekaaninen energia* on kappaleen potentiaalienergian ja liike-energian summa.
- *Työperiaate:* Kappaleeseen vaikuttavan kokonaisvoiman tekemä työ W on yhtä suuri kuin kappaleen liike-energian muutos:

$$W = \Delta E_k$$

Todistetaan liike-energian kaava erityistapauksessa, jossa kappaleeseen vaikuttaa vain siirtymän suuntainen vakiovoima F koko matkan s ajan. (Yleisempään tapaukseen tarvitaan integraalilaskentaa.)

Oletetaan lisäksi, että kappale on aluksi levossa ($E_{k0} = 0$), jolloin työperiaate saa muodon

$$W = \Delta E_k = E_k - E_{k0} = E_k.$$

Toisaalta siirtymän suuntaisen vakiovoiman tekemä työ on $W = Fs = mas$, joten $E_k = mas$.

Muodostetaan matkan s lauseke tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä. (Vakiovoima aiheuttaa vakiokiihtyvyyden.) Kun alkunopeus $v_0 = 0$, tasaisesti kiihtyvän liikkeen kaavat saavat muodon

$$s = \frac{1}{2}at^2 \quad \text{ja} \quad v = at \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{v}{a}$$

Eliminoidaan t sijoittamalla sen lauseke matkan s kaavaan:

$$s = \frac{1}{2}a \cdot \left(\frac{v}{a}\right)^2 = \frac{1}{2}a \cdot \frac{v^2}{a} = \frac{v^2}{2a}$$

Liike-energian kaava saadaan nyt sijoittamalla $s = v^2/2a$ yhtälöön $E_k = mas$.

$$E_k = ma \cdot \frac{v^2}{2a} = \frac{1}{2}mv^2.$$

t. 11.7, s. 164

a) Liikkeen pysäyttävät kitka ja ilmanvastus

b) Kelkalla (ja kelkkailijalla) on aluksi liike-energia $E = \frac{1}{2}mv^2$, missä $m = 65\ \mathrm{kg} + 10\ \mathrm{kg} = 75\ \mathrm{kg}$ ja $v = 22\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.

$$E = \frac{1}{2}mv^2 \approx 1400\ \mathrm{J}$$

Koska kelkalla ei ole lopussa liike-energiaa, vastusvoimat ovat (työperiaatteen mukaisesti) tehneet työn $W = -1{,}4\ \mathrm{kJ}$.

TI-Nspire:

$m{:=}75\cdot\_kg$	$75.\cdot\_kg$
$v{:=}22\cdot\_kph$	$6.111111111\cdot\frac{\_m}{\_s}$
$\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2$	$1400.462963\cdot\_J$

c) Keskimääräisen vastusvoiman tekemä työ on $W = -Fs$, missä $s = 27\ \mathrm{m}$.

Siis

$$F = \frac{-W}{s} = \frac{1400{,}46\ \mathrm{J}}{27\ \mathrm{m}} \approx 52\ \mathrm{N}$$