Mekaniikan energiaperiaate

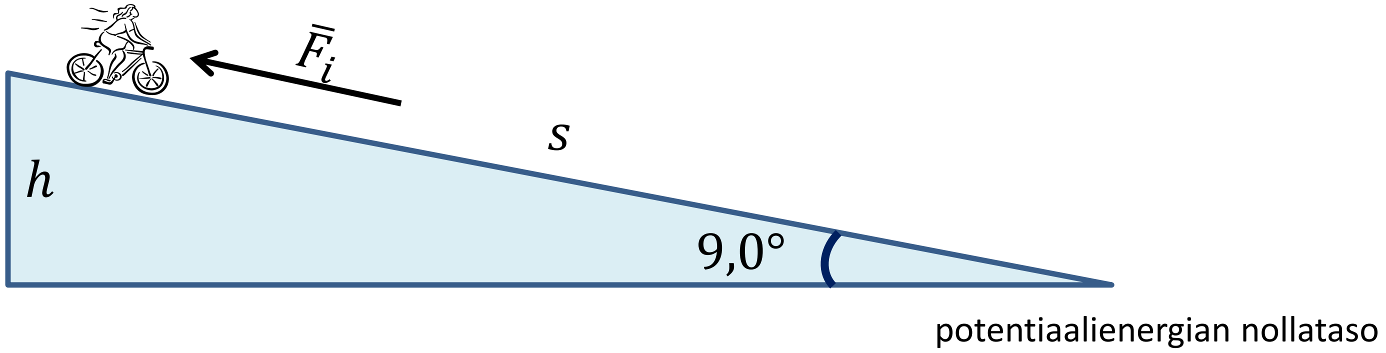
- Mekaaninen energia $(E_k + E_p)$ ei yleisesti säily, vaan voi muuttua ulkoisten voimien tekemän työn W verran:

$$\boxed{E_{k1} + E_{p1} + W = E_{k2} + E_{p2}}$$

- E_{k1} = liike-energia alussa
- E_{p1} = potentiaalienergia alussa
- W = ulkoisten voimien tekemä työ ($W = Fs$)
  - $W > 0$, kun voima on liikkeen suuntainen
  - $W < 0$, kun voima on liikettä vastaan (kitka, ilmanvastus)
- E_{k2} = liike-energia lopussa
- E_{p2} = potentiaalienergia lopussa

Esimerkki:

Polkupyöräilijä laskee mäkeä, jonka kaltevuuskulma on $9{,}0°$. *Mäen päällä pyöräilijän vauhti on* $4{,}5\ \mathrm{m/s}$. *Vastusvoimat ovat keskimäärin* $62\ \mathrm{N}$*, ja pyöräilijän ja pyörän kokonaismassa on* $72\ \mathrm{kg}$. *Kuinka suuri vauhti pyöräilijällä on, kun hän on laskenut mäkeä* $120\ \mathrm{m}$ *polkematta?*



$s = 120\ \mathrm{m}$

$h = s \cdot \sin 9{,}0°$

$m = 72\ \mathrm{kg}$

$F_i = 62\ N$

$v_1 = 4{,}5\ \mathrm{m/s}$

$v_2 = ?$

Hyödynnetään mekaniikan energiaperiaatetta (mekaaninen energia muuttuu ulkoisten voimien tekemän työn verran)

$$E_{k1} + E_{p1} + W = E_{k2} + E_{p2}$$

Tässä $W = -Fs$ on ulkoisten voimien liikettä vastaan tekemä työ.
Valitaan potentiaalienergian nollataso $E_{p2} = 0$:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh - F_i s = \frac{1}{2}mv_2^2$$

Ratkaistaan loppunopeus v_2 TI-Nspirellä:

$s:=120\cdot \_\mathrm{m}$	$120.\cdot \_\mathrm{m}$
$h:=s\cdot \sin(9)$	$18.7721358\cdot \_\mathrm{m}$
$m:=72\cdot \_\mathrm{kg}$	$72.\cdot \_\mathrm{kg}$
$v1:=\frac{4.5\cdot \_\mathrm{m}}{\_\mathrm{s}}$	$4.5\cdot \frac{\_\mathrm{m}}{\_\mathrm{s}}$
$f:=62\cdot \_\mathrm{N}$	$62.\cdot \_\mathrm{N}$
$\mathrm{solve}\left(\frac{1}{2}\cdot m\cdot v1^2+m\cdot \_g\cdot h-f\cdot s=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v2^2,v2\right)\vert v2>0$	$v2=13.48209422\cdot \frac{\_\mathrm{m}}{\_\mathrm{s}}$

Pyöräilijän vauhti mäen jälkeen on $v_2 \approx 13\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Ratkaisu välivaiheittain:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh - F_i s = \frac{1}{2}mv_2^2 \quad \Bigg| \begin{array}{l} \cdot 2 \\ : m \end{array}$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2gh - \frac{2F_i s}{m} \quad \Bigg| \sqrt{}$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2gh - \frac{2F_i s}{m}} = \sqrt{v_1^2 + 2gs\sin 9{,}0° - \frac{2Fs}{m}}$$

$$v_2 = \sqrt{\left(4{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 + 2 \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 120\ \mathrm{m} \cdot \sin 9{,}0° - \frac{2 \cdot 62\ \mathrm{N} \cdot 120\ \mathrm{m}}{72\ \mathrm{kg}}}$$

$$v_2 \approx 13{,}49\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 13\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$