Mekaniikan energiaperiaate

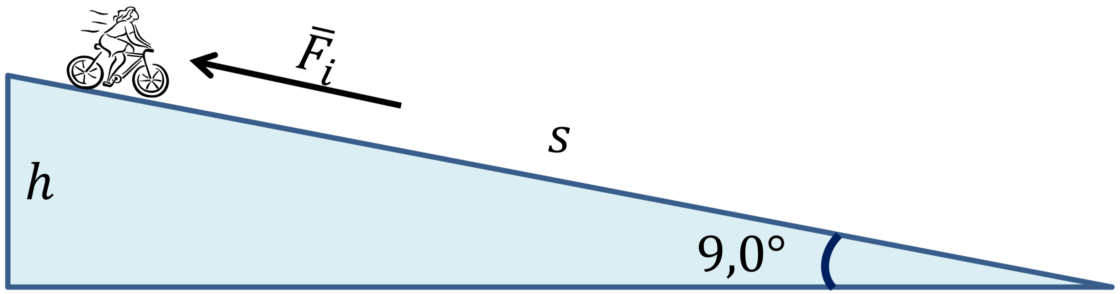
- Mekaaninen energia (eli kappaleen liike-energian ja potentiaalienergian summa $E_k + E_p$) ei yleisesti säily, vaan voi muuttua ulkoisten voimien tekemän työn W verran.

$$\underbrace{E_{k1} + E_{p1}}_{\text{Mekaaninen energia alussa}} + W = \underbrace{E_{k2} + E_{p2}}_{\text{Mekaaninen energia lopussa}}$$

- Ulkoisen voiman F tekemä työ on positiivinen, $W > 0$, kun voima (tai sen komponentti) on siirtymän s suuntainen. Tällöin $W = Fs$.
- Vastaavasti $W < 0$, kun voima on siirtymää vastaan (esim. kitka, ilmanvastus). Tällöin $W = -Fs$.

Esimerkki:

Polkupyöräilijä laskee mäkeä, jonka kaltevuuskulma on $9{,}0°$. *Mäen päällä pyöräilijän vauhti on* $4{,}5\ \mathrm{m/s}$. *Vastusvoimat ovat keskimäärin* $62\ \mathrm{N}$, *ja pyöräilijän ja pyörän kokonaismassa on* $72\ \mathrm{kg}$. *Kuinka suuri vauhti pyöräilijällä on, kun hän on laskenut mäkeä* $120\ \mathrm{m}$ *polkematta?*



potentiaalienergian nollataso

Listataan lähtötiedot:

$s = 120\ \mathrm{m}$

$h = s \cdot \sin 9{,}0°$

$m = 72\ \mathrm{kg}$

$F_i = 62\ N$

$v_1 = 4{,}5\ \mathrm{m/s}$

$v_2 = ?$

Hyödynnetään mekaniikan energiaperiaatetta. (Mekaaninen energia muuttuu ulkoisten voimien tekemän työn verran.)

$$E_{k1} + E_{p1} + W = E_{k2} + E_{p2}$$

Tässä $W = -Fs$ on ulkoisten voimien liikettä vastaan tekemä työ.
$E_{p2} = 0$, kun potentiaalienergian nollataso valitaan kuvan mukaisesti $120\ \mathrm{m}$ laskua vastaavaan kohtaan.

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh - F_i s = \frac{1}{2}mv_2^2$$

Ratkaistaan loppunopeus v_2 TI-Nspirellä:

$s:=120\cdot \_\mathrm{m}$	$120.\cdot \_\mathrm{m}$
$h:=s\cdot \sin(9)$	$18.7721358\cdot \_\mathrm{m}$
$m:=72\cdot \_\mathrm{kg}$	$72.\cdot \_\mathrm{kg}$
$v1:=\frac{4.5\cdot \_\mathrm{m}}{\_\mathrm{s}}$	$4.5\cdot \frac{\_\mathrm{m}}{\_\mathrm{s}}$
$f:=62\cdot \_\mathrm{N}$	$62.\cdot \_\mathrm{N}$
$\mathrm{solve}\left(\frac{1}{2}\cdot m\cdot v1^2+m\cdot \_g\cdot h-f\cdot s=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v2^2,v2\right)\vert v2>0$	$v2=13.48209422\cdot \frac{\_\mathrm{m}}{\_\mathrm{s}}$

Huom! Fysiikan vastauksessa halutaan yleensä tuntemattoman suhteen ratkaistu suureyhtälö. Solve-toiminnon käyttö tällä tavalla saattaa johtaa yo-kokeessa pistevähennykseen. Toisaalta mekaaninen ”kaavan pyörittely” ei ole keskeinen arviointiperuste ja solve-toimintoa voi käyttää ainakin tarkistuksena.

Pyöräilijän vauhti mäen jälkeen on $v_2 \approx 13\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Ratkaisu välivaiheittain:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh - F_i s = \frac{1}{2}mv_2^2 \quad \Bigg| \begin{array}{l} \cdot 2 \\ : m \end{array}$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2gh - \frac{2F_i s}{m} \quad \Bigg| \sqrt{}$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2gh - \frac{2F_i s}{m}} \approx 13{,}4821\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 13\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Huom!
Suureyhtälöstä voi päätellä riippuvuuksia ja havaita yleisiä tuloksia. Esimerkiksi tämä loppunopeuden lauseke perustelee sen, miksi suurempimassainen henkilö saa suuremman loppunopeuden laskussa (olettaen, että ilmanvastus ei juurikaan muutu).

Sijoitus TI:llä:

$$\sqrt{v1^2+2\cdot \_g\cdot h-\frac{2\cdot f\cdot s}{m}} \qquad 13.4821\cdot \frac{\_m}{\_s}$$