

FY4 näytetehtävien ratkaisut

1.

Henkilöauton kiihdytykseen kuluu aika $t_1 = 6,0$ s. Kuorma-auto kulkee tässä ajassa tasaisella nopeudella $v_k = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ matkan $s_1 = v_k t_1 = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 6,0 \text{ s} = 72 \text{ m}$.

Koska henkilöauto kiihdyttää tasaisesti kiihtyvyydellä $a = 3,0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ levosta, se kulkee kiihdytyksen aikana matkan

$$s_2 = \frac{1}{2} a t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 3,0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (6,0 \text{ s})^2 = 54 \text{ m}.$$

Kiihdytyksen jälkeen henkilöauto kulkee tasaisella nopeudella $v_h = a t_1 = 3,0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6,0 \text{ s} = 18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Henkilöauto ohittaa kuorma-auton, kun niiden kulkemat matkat s ovat yhtä suuret. Tässä t on aika, jolloin ohitus alkaa kiihdytyksen päättymisestä lukien.

$$s = s_1 + v_k t = s_2 + v_h t$$

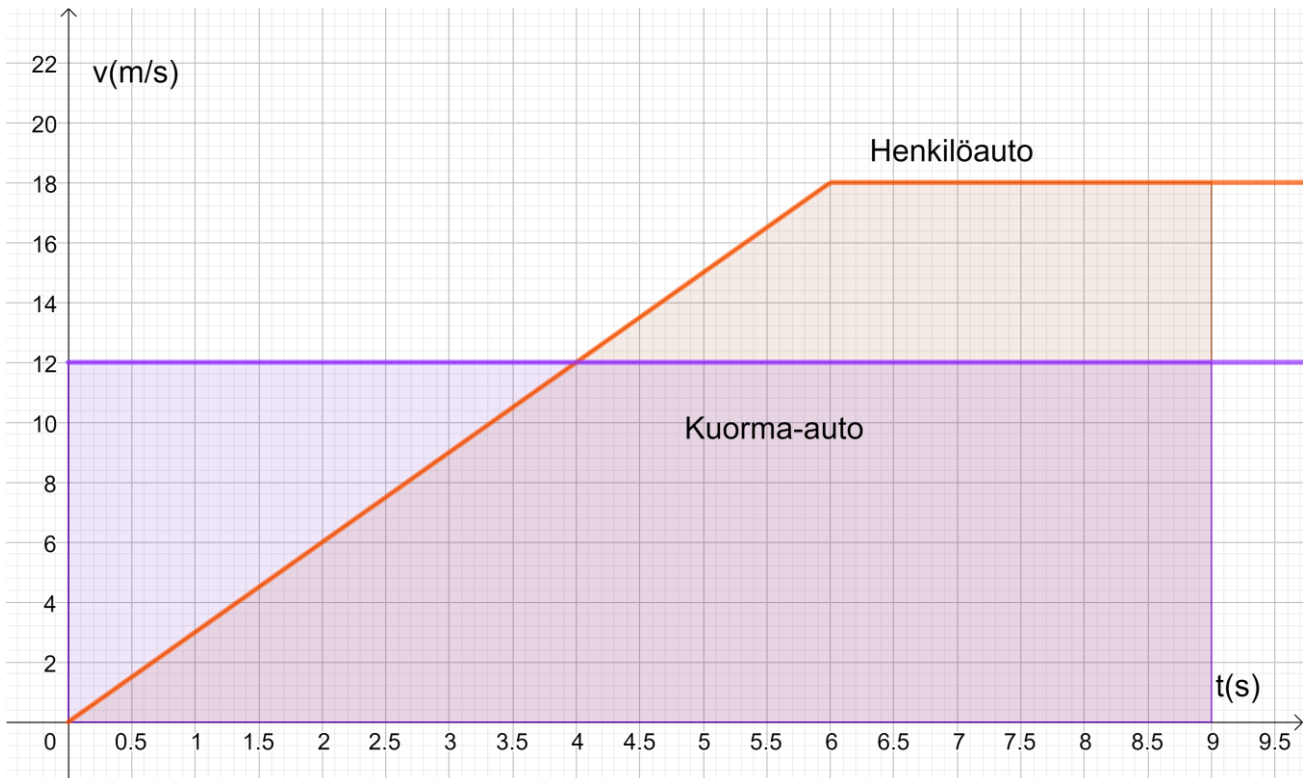
$$v_h t - v_k t = s_1 - s_2$$

$$t = \frac{s_1 - s_2}{v_h - v_k} = \frac{72 \text{ m} - 54 \text{ m}}{18 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{18 \text{ m}}{6 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 3,0 \text{ s}.$$

Aikaa on kulunut siis yhteensä $6,0 \text{ s} + 3,0 \text{ s} = 9,0 \text{ s}$. Tässä ajassa kuorma-auto (ja henkilöauto) on kulkenut matkan $s = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 9,0 \text{ s} = 108 \text{ m}$.

Vastaus: Henkilöauto ohittaa kuorma-auton 108 m päässä risteyksestä.

(t, v) –koordinaatistossa henkilöauton ja kuorma-auton nopeuksien kuvaajat rajaavat 9,0 s aikana yhtä suuren fysikaalisen pinta-alan 108 m.



2.

Piirretään ensin pulkan voimakuvio.

$\bar{G} = m\bar{g}$ pulkan paino

\bar{N} = pinnan tukivoima

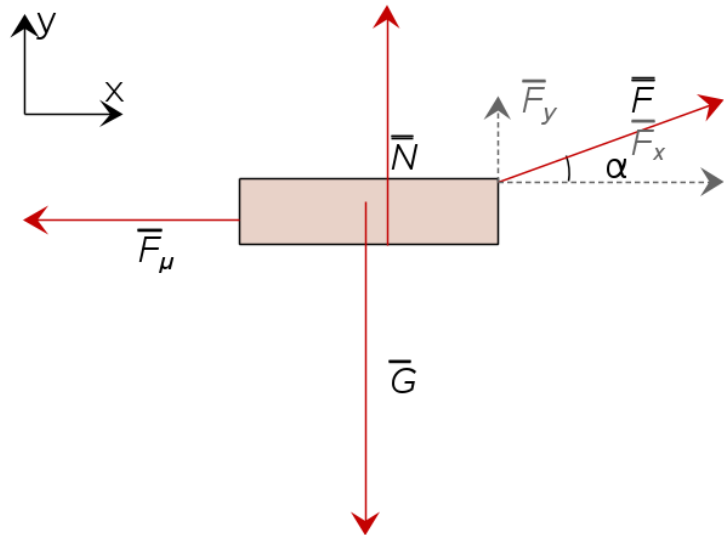
\bar{F} = narun jännitysvoima

\bar{F}_μ = liukukitka lumen ja pulkan välillä

$\alpha = 31^\circ$

$\mu = 0,15$

$m = 95 \text{ kg}$



Koska pulkka liikkuu tasaisella nopeudella ($a = 0$), voimien summan täytyy olla nolla Newtonin II lain perusteella:

$$\sum \bar{F} = 0$$

Tarkastellaan voimia skalaarimuodossa erikseen x – ja y –suunnissa:

$$x: F_x - F_\mu = 0$$

$$y: N + F_y - G = 0$$

Voiman F komponentit ovat $F_x = F \cos \alpha$ ja $F_y = F \sin \alpha$.

Kitkavoiman suuruus on verrannollinen tukivoimaan $N = G - F_y$:

$$F_\mu = \mu N = \mu(G - F_y) = \mu(mg - F \sin \alpha)$$

Toisaalta (x –suuntaisen liikeyhtälön perusteella) $F_\mu = F_x$, joten tästä saadaan yhtälö

$$F \cos \alpha = \mu(mg - F \sin \alpha)$$

Laskinohjelmalla saadaan ratkaisuksi $F \approx 150 \text{ N}$.

$m:=95 \cdot \text{kg}$	95. · kg
$\mu:=0.15$	0.15
$\alpha:=31$	31
$\text{solve}(f \cdot \cos(\alpha)=\mu \cdot (m \cdot g-f \cdot \sin(\alpha)),f)$	$f=149.5519275 \cdot \text{N}$

3.

Piirretään kappaleen voimakuvio:

$$\vec{G} = m\vec{g} \text{ kappaleen paino}$$

$$\vec{N} = \text{pinnan tukivoima}$$

$$\vec{F}_\mu = \text{liukukitka}$$

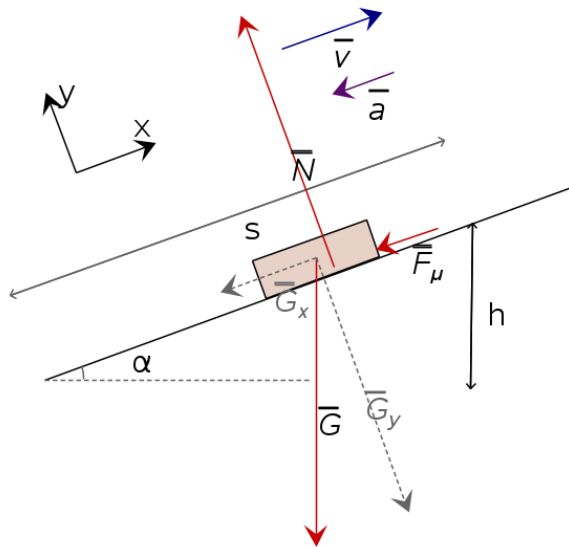
$$\alpha = 35^\circ$$

$$\mu = 0,15$$

$$s = \text{kappaleen liukuma matka}$$

$$h = s \cdot \sin \alpha \text{ nousukorkeus}$$

$$(m = 0,5 \text{ kg})$$



Kappaleen liikeyhtälö on Newtonin II lain mukaisesti $\sum \vec{F} = m\vec{a}$, missä \vec{a} on kappaleen kiihtyvyys (hidastuvuus).

Liikeyhtälö skalaarimuodossa komponenteittain (vain y -suuntaista yhtälöä tarvitaan tässä ratkaisussa):

$$(x: -G_x - F_\mu = ma)$$

$$y: N - G_y = 0 \Leftrightarrow N = G_y$$

Painon G komponentit ovat $G_x = mg \sin \alpha$ ja $G_y = mg \cos \alpha$.

Kappaleeseen vaikuttava kitkavoima on siis $F_\mu = \mu N = \mu mg \cos \alpha$.

Hyödynnetään nyt energiaperiaatetta $E_{k1} + E_{p1} + W = E_{k2} + E_{p2}$, missä

alkutilanteen (kappale alhaalla) liike-energia: $E_{k1} = \frac{1}{2}mv^2$, $v = 5,0 \text{ m/s}$

alkutilanteen potentiaalienergia $E_{p1} = 0$

lopputilanteen liike-energia (kappale ylhäällä pysähtyneenä) $E_{k2} = 0$

lopputilanteen potentiaalienergia $E_{p2} = mgh = mgs \sin \alpha$

vastusvoimien tekemä työ $W = -F_\mu s = -\mu mgs \cos \alpha$

Yhtälö saadaan muotoon

$$\frac{1}{2}mv^2 - \mu mgs \cos \alpha = mgs \sin \alpha$$

Ratkaistaan tästä s laskinohjelmistolla (Massa m voitaisiin supistaa pois. Tulos ei riipu massasta).

Kappale liukuu matkan $s \approx 1,8 \text{ m}$.

$m:=0.5 \cdot \text{kg}$	$0.5 \cdot \text{kg}$
$\alpha:=35$	35
$\mu:=0.15$	0.15
$v:=\frac{5 \cdot \text{m}}{\text{s}}$	$5 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$\text{solve}\left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \mu \cdot m \cdot g \cdot s \cdot \cos(\alpha) = m \cdot g \cdot s \cdot \sin(\alpha), s\right)$	$s=1.830205545 \cdot \text{m}$