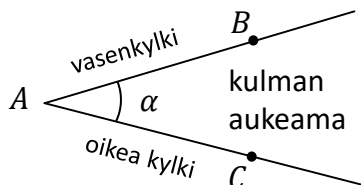


SUUNNATTU KULMA

Kahden, pisteestä A , lähtevän puolisuoran AB ja AC rajaamaa tason osaa sanotaan kulmaksi.

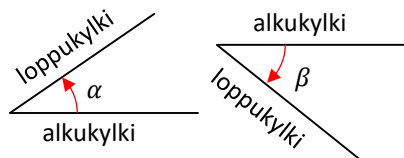
Kulman eri merkinnät:

$$\sphericalangle A, \quad \sphericalangle CAB, \quad \alpha$$



Määritelmä, suunnattu kulma:

Kun puolisuora kiertyy tasossa alkupisteensä ympäri, niin näin syntynyttä kulmaa sanotaan *suunnattu kulmaksi*.



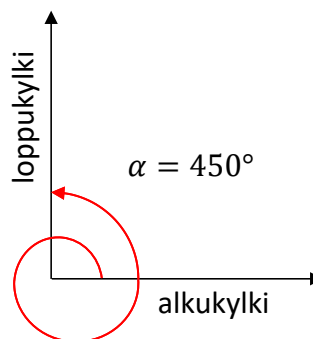
HUOM! Kierron suuruutta ei rajoiteta.

Suunnattu kulma α on positiivinen ja β negatiivinen.

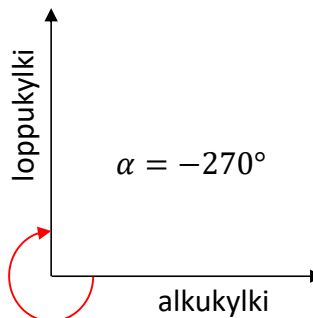
Esimerkki

a) 450°

Vastaa siis yhtä täyttä kierrosta eli 360° ja 90° "kaupan" päälle.



b) -270° . Huomaa kiertosuunta.

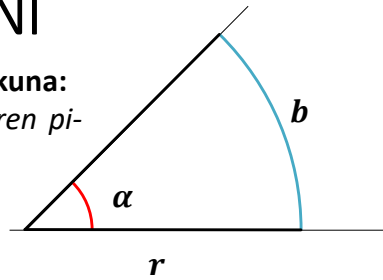


RADIAANI

Määritelmä, radiaani eli kulma reaalilukuna:

Kulman α suuruus **radiaaneina** on *kaaren pituuden b suhde säteen pituuteen r* ,

$$\alpha = \frac{b}{r}.$$



Radiaani on reaaliluku, yksikkönä rad.

Radiaani on absoluuttinen kulman yksikkö.

Radiaanit ja asteet:

Koska täysikulma on asteina 360° , niin kulman α suuruus saadaan verrannosta

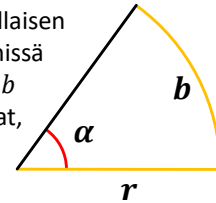
$$\frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{x \text{ (rad)}}{2\pi},$$

missä x on saman kulman tunnettu suuruus radiaaneina. Erityisesti (ulkoa)

$$180^\circ \cong \pi \text{ (rad)} \text{ ja } 90^\circ \cong \frac{\pi}{2} \text{ (rad)}.$$

Yksi radiaani on sellaisen kulman suuruus, missä säteen r ja kaaren b pituudet ovat samat, siis

$$b = r.$$



$$\alpha = \frac{b}{r} = \frac{r}{r} = 1 \text{ (rad)} \cong 57,2957 \dots^\circ$$

Yksikköä rad ei yleensä merkitä!

Esimerkki Muunna radiaaneiksi **a)** 15° **b)** 135° . Muunna asteiksi **c)** $\frac{7\pi}{12}$ **d)** 2.

a) Koska $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ (tai $1^\circ = \frac{2\pi}{360}$), niin $15^\circ = 15 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{12}$,

b) *Tapa1:* Koska $1^\circ = \frac{\pi}{180}$, niin $135^\circ = 135 \cdot \frac{\pi}{180} = \frac{3\pi}{4}$,

Tapa2: Kulma 45° on neljäsosa oikokulmasta π , joten

$$135^\circ = 3 \cdot \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4},$$

Oikokulma $\pi = 180^\circ$, joten

c) $\frac{7\pi}{12} = \frac{7 \cdot 180^\circ}{12} = 105^\circ$,

d) $1 = \frac{180^\circ}{\pi}$, joten $2 = 2 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{360^\circ}{\pi} \approx 114,6^\circ$.

Näissä kaikissa esimerkeissä olisi syytä käyttää vastaa-merkkiä \cong eikä yhtäsuuruusmerkkiä $=$, siis $1^\circ \cong \frac{\pi}{180}$ eikä $1^\circ = \frac{\pi}{180}$.