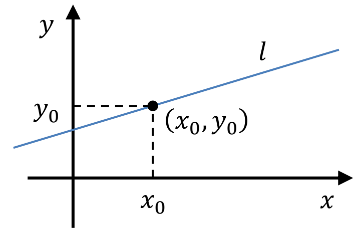
Tangentti ja normaali

Palautetaan mieleen 4.-kurssilta suoran l yhtälö

$$y - y_0 = k(x - x_0)\,,$$

missä k on kulmakerroin ja (x_0, y_0) on suoran l piste.

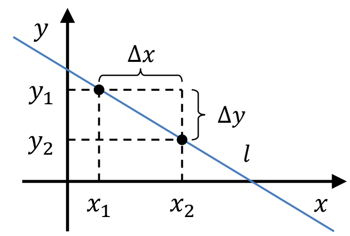


Jos on annettu kaksi suoran l pistettä

$$(x_1, y_1), \qquad (x_2, y_2),$$

niin

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\,.$$



Valitsemalla toinen piste pisteeksi (x_0, y_0) saadaan

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1), \qquad y - y_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_2)$$

Lisäksi palautetaan mieleen, että suoralle l ja suoran normaalille n pätee tulos (löytyy myös MAOL:sta)

$$k_l k_n = -1,$$

Herää kysymys: Nää on 4.-kurssin asioita, miten derivaatta tähän liittyy?
Nyt hyödynnetään derivointia, jonka avulla saadaan tangentin, eli käyrää $y = f(x)$ pisteessä $\big(x, f(x)\big)$ sivuavan suoran, kulmakerroin määritettyä, $k_{l,x_0} = f'(x_0)$.

Hyöty? Saadaan määritettyä/laskettua esimerkiksi kahden käyrän välinen kulma.

Muista yhtälö

$$\tan\alpha = \left|\frac{k_1 - k_2}{1 + k_1 k_2}\right|\,.$$

Esimerkki Määritä käyrän $y = x^3 + 1$ ja sen pisteeseen $(1,2)$ piirretyn tangentin leikkauspiste [YO-S92].

Esimerkki Määritä käyrien $y = 1 + x^2$ ja $x^2 + y^2 = 1$ yhteiset tangentit [YO-S84].

Monisteena tarvittaessa.