

1.– ja 2.–opintojaksot (1-osa)
Perusasiat kuntoon

6. ja -7.
Opintojaksot(IV-osa)
analyysi

- raja-arvo ja jatkuvuus
- derivaatta, derivointi
- integraali, integrointi

JUURI
Derivaatta

JUURI
integraalilaskenta

MAA5

MAA7

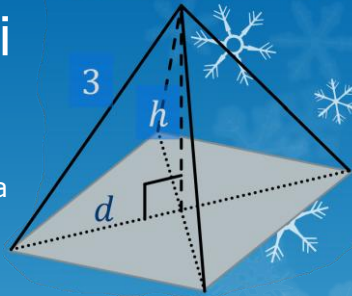
MAA6

Hähkiöniemi
Juhala
Juutinen
Laitinen
Luoma-aho
Raittila
Tikka

1

Aloitusesimerkki

Teltta on säännöllisen neliöpohjaisen pyramidin muotoinen. Sivusärminä olevat telttakepit ovat kolmen metrin pituiset. Kuinka korkea teltan tulee olla, jotta sen tilavuus olisi suurin mahdollinen?



Teltan tilavuus riippuu pohjan pinta-alasta ja korkeudesta kaavan $V = \frac{1}{3}Ah$ mukaan.

Jos pohjaa suurennetaan, teltta madaltuu.
Jos korkeutta halutaan lisätä, pohjan pinta-ala pienenee.
Jollakin korkeuden arvolla tilavuus saa maksimin...ilmeisesti.

Havaitaan kuitenkin, että korkeuden h ollessa nolla tai kolme metriä teltan tilavuus on nolla. Eli korkeudelle saadaan väli $h \in [0,3]$.

2

Pythagorasta hyödyntäen saadaan pohjaneliön halkaisijan puolikkaalle d :

$$d^2 = 9 - h^2$$

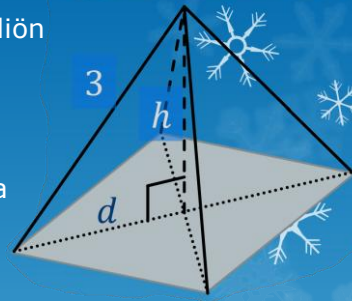
Pohja muodostuu neljästä suorakulmaisesta kolmiosta, joten pohjan ala on

$$A = 4 \cdot \frac{1}{2} d^2 = 2 \cdot (9 - h^2)$$

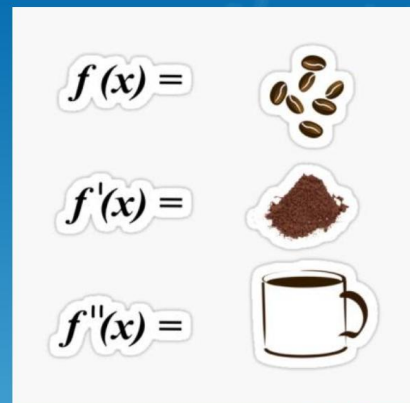
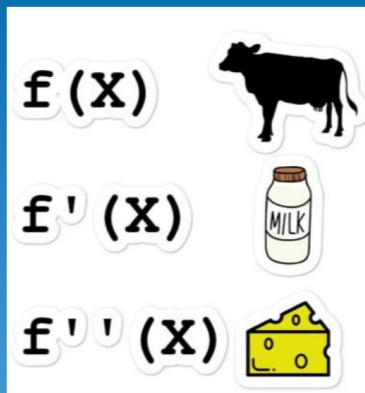
Teltan tilavuus voidaan näin ollen lausua korkeuden h funktiona

$$V = V_h = \frac{1}{3} \cdot \underbrace{2 \cdot (9 - h^2)}_{=A} \cdot h = \frac{2}{3} \cdot (9h - h^3)$$

Okei, entäs sitten...? Tässä kohdin auttaa derivaatta.



3



Derivaatta (3 op)

Opintojakso 6, Maa6

4

Yleiset tiedot

- Opintojakso 6 (pakollinen), **3op**:
Derivaatta
- Tunnit (56 min **x6/viikko**):
ma 8:00 – 9:56, ti 12:00 – 12:56 ,
ke 8:00 – 9:56 to 8:00 – 8:56 ja 10:20-
11:16
- Kurssikirja: JUURI 6, OTAVA
- Luokka/luokat: MALU

Derivaatta



5

Opetettavat asiat / keskeiset sisällöt

- Funktion raja-arvo, jatkuvuus ja derivaatta
- polynomi- ja rationaalifunktioiden sekä juurifunktion derivaatat
- sini- ja kosinifunktioiden sekä eksponentti- ja logaritmifunktioiden derivaatat
- funktioiden tulon ja osamäärän derivaatta
- yhdistetty funktio ja sen derivointi
- funktion kulun tutkiminen ja ääriarvojen määrittäminen

Derivaatta

6

Opintojakson tavoitteet

Tavoitteena on, että opiskelija

- tutustuu ilmiöiden matemaattisten mallien käyttäytymiseen derivaatan avulla
- omaksuu havainnollisen käsityksen funktion raja-arvosta ja jatkuvuudesta
- ymmärtää derivaatan tulkinnan funktion muutosnopeutena
- kykenee määrittämään yksinkertaisten funktioiden derivaatat
- osaa derivoida yhdistettyjä funktioita

Derivaatta

22.9.2026

7

Opintojakson tavoitteet (jatkuu)

- hallitsee funktioiden kulun tutkimisen derivaatan avulla ja osaa määrittää niiden ääriarvot suljetulla välillä
- osaa käyttää ohjelmistoja raja-arvon, jatkuvuuden ja derivaatan tutkimisessa sovellusten yhteydessä

Lisäksi opiskelija

- syventää funktiokäsitettä
- harjaantuu matematiikan kielessä: merkinnät ja käsitteet & ilmaisut

Derivaatta

22.9.2026

8

Opintojakson laaja-alaiset painotukset

Moduulissa MAA6 painotetaan laaja-alaisista osa-alueista monitieteistä ja luovaa osaamista.

Moduulin aikana opiskelijaa rohkaistaan tarkastelemaan ongelmia uudella tavalla, yhdistelemään asioita sekä soveltamaan matemaatiikan menetelmiä eri oppiaineissa, varsinkin derivaattaa erilaisissa optimointiin liittyvissä ongelmissa. Opiskelijan monilukutaito kehittyy, kun derivaattaa tarkastellaan sekä sanallisesti, kuvallisesti tangentin kulmakertoimenä että numeerisesti ja symbolisesti erotusosamäärän raja-arvona.

Derivaatta

22.9.2026

9

Opintojakson arviointi

- Loppukoe (abittina A- ja B-osat), viikolla ~48.
- **Kotitehtävähyvitys: 85 % tehtynä → 8 p lisää arviointiin, 70 % tehtynä → 6 p lisää, 60 % tehtynä → 5 p lisää arviointiin ja 50 % tehtynä → 3 p lisää arviointiin**
- Tietokonetehtävät 2 kpl, yht. 4+4 p lisää arviointiin. Palautuspäivämäärän jälkeen ei pisteitä, mutta oltava tehtynä (O-merkintä muuten).
- Lisäksi aktiivinen tuntityöskentely ja mahdollinen itsearviointi (korottavasti).
- **Wilma-merkinnät:** 5 – 10 = suoritettu ko. arvosanalla, 4 = hylätty, K/H = kurssi keskeytynyt/hylätty, S = suoritettu, O = kurssi muuten suoritettu, mutta osasuoritus puuttuu tai koe tekemättä.

Derivaatta

22.9.2026

10

Poissaolot & Myöhästymiset

- Poissaolot merkitään wilmaan → selvitys! (autokoulut → vain inssiajo OK yms.)
- Ei poissaoloja, aina pitää selvittää! Lisätehtäviä, jos pois.
- Myöhästyminen → koputa ja odota! Jos yli 5min mennyt → poissaolo!

Derivaatta

22.9.2026

11

Kysymyksiä / Muuta ?

- Kurssin nettisivu (pedassa):
<https://peda.net/sievi/sievinlukio/oppiaineet2/mp/maa6>
- Valitse itsellesi pari, jolta kysyt läksyt ja muut kurssin asiat, jos et pääse tunnille!
- Wilma ensisijainen yhteydenpitokanava ja koulupäivän aikana saa tulla kysymään milloin vaan.
- LUKI-seula ja terveystiet
- Matikkapaja ja tukioetus
- Syysloma, vko 43
- **Hätäpoistumisreitit**

4. Tieteen kisat

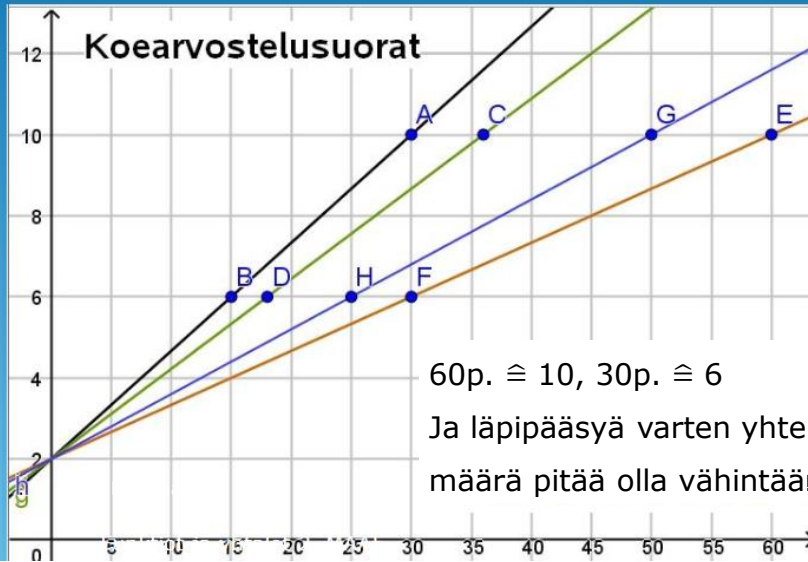
Derivaatta

22.9.2026

12

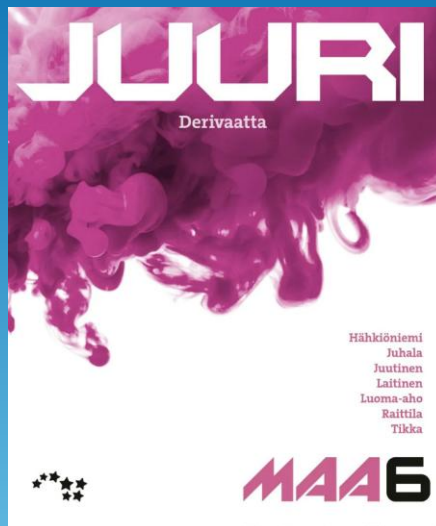
Arviointitaulukko

Kokeesta maksimipisteet 60 pistettä. L%, T1 ja T2 pisteet itsearviointi ja keskustelu korottavasti



13

OPPIKIRJA



Derivaatta

22.9.2026

14