

VASTAA JOKAISEEN TEHTÄVÄÄN! MAOL ON SALLITTU!**TARKISTA TEHTÄVÄT KOKEEN JÄLKEEN JA ANNA PISTEESI RUUTUUN!**

1. Sievennä. (Voit myös perustella, mutta pelkkä vastaus riittää.)

a) $|-18| = 18$, koska negatiivisen luvun itseisarvo on luvun vastaluku. (1p)

b) $|3 - \sqrt{11}| = \sqrt{11} - 3$, koska $\sqrt{11} > \sqrt{9} = 3$. (2p)

c) $|2x - 5| = \begin{cases} 2x - 5, & \text{kun } 2x - 5 \geq 0, \text{ eli kun } x \geq \frac{5}{2} \\ 5 - 2x, & \text{kun } 2x - 5 < 0, \text{ eli kun } x < \frac{5}{2} \end{cases}$ (3p)

/6

2. Ratkaise yhtälö/epäyhtälö.

a) $|2x - 1| = 3$ (1p)

$$|2x - 1| = 3$$

$$2x - 1 = 3 \quad \text{tai} \quad 2x - 1 = -3$$

$$x = \frac{3+1}{2} = 2 \quad \text{tai} \quad x = \frac{-3+1}{2} = -1$$

b) $|4x - \frac{1}{2}| > 4$ ($4 > 0$, OK), ei tarvi tehdä, miksi (2p)

$$\left|4x - \frac{1}{2}\right| > 4$$

$$4x - \frac{1}{2} < -4 \quad \text{tai} \quad 4x - \frac{1}{2} > 4$$

$$4x < -3\frac{1}{2} = -\frac{7}{2} \quad \text{tai} \quad 4x > 4\frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

$$x < -\frac{7}{8} \quad \text{tai} \quad x > \frac{9}{8}$$

c) $|-1 - 3,5x| \leq 5$ ($5 > 0$, OK), tarvi tehdä, miksi (3p)

$$|-1 - 3,5x| \leq 5$$

$$-5 \leq -1 - 3,5x \quad \text{ja} \quad -1 - 3,5x \leq 5$$

$$3,5x \leq 4 \quad \text{ja} \quad 3,5x \geq -6$$

$$x \leq \frac{4}{7/2} = \frac{8}{7} \quad \text{ja} \quad x \geq \frac{-6}{7/2} = \frac{-12}{7}$$

/6

3. a) Onko väite tosi vai epätosi. Perustele lyhyesti (1 virke), voit antaa myös esimerkin.

i) $|-a| = |a|$, olipa a mikä tahansa reaaliluku. (1p)

TOSI, SILLÄ LUVUN JA SEN VASTALUVUN ITSEISARVOT OVAT SAMAT.

ii) $|a + b| = |a| + |b|$ kaikille reaaliluvuille a ja b . (2p)

EPÄTOSI, SILLÄ ESIM. $a = 1$ JA $b = -1$, JOLLOIN $|1 + (-1)| = |0| \neq 2 = |1| + |-1|$.

b) Kirjoita matemaattisin merkinnöin.

i) Lukujen x ja 2 välinen etäisyys on 5. (1p)

$$\underline{|x - 2| = 5}$$

ii) Luvun x etäisyys luvusta -1 on suurempi kuin luvusta 11. (2p)

$$\underline{|x + 1| > |x - 11|}$$

/6

4. a) Ratkaise epäyhtälö $2|x + 2| \geq 2|x + 3|$. (2p)

$$2|x + 2| \geq 2|x + 3|$$

$$|2x + 4| \geq |2x + 6| \quad |(\)^2$$

$$4x^2 + 16x + 16 \geq 4x^2 + 24x + 36$$

$$-8x \geq 20$$

$$x \leq -\frac{20}{8} = -\frac{5}{2}$$

b) **TEE JOMPIKUMPI, EI MOLEMPIA!** i) $|2x - 1| \leq \sqrt{x + 4}$ ii) $|2x - 1| \leq -2x + 3$ (2p)

i)

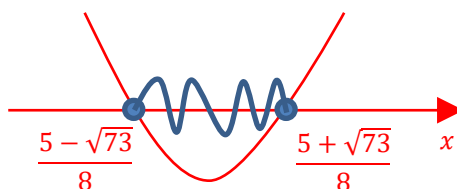
$$|2x - 1| \leq \sqrt{x + 4}, \quad x \geq -4$$

$$4x^2 - 4x + 1 \leq x + 4$$

$$4x^2 - 5x - 3 \leq 0$$

$$4x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-3)}}{2 \cdot 4} = \frac{5 \pm \sqrt{73}}{8}$$



ii)

$$|2x - 1| \leq -2x + 3, \quad x \leq \frac{3}{2}$$

$$2x - 3 \leq 2x - 1 \quad \text{ja} \quad 2x - 1 \leq -2x + 3$$

$$-3 \leq -1, \text{TOSI} \quad \text{ja} \quad 4x \leq 4$$

$$x \leq 1$$

$$\text{Siis,} \quad x \leq 1$$

TAI GRAAFISET RATKAISUT! a) kohdan graafisesta ratkaisusta 0,5p b) kohdan graafisesta 1p.

c) Sievennä lauseke $|x + 3| - |-x - 2| + 3$, eli kirjoita ilman itseisarvomerkkejä. (2p)

Koska

$$|x + 3| = \begin{cases} x + 3, & \text{kun } x + 3 \geq 0, \text{ eli kun } x \geq -3 \\ -x - 3, & \text{kun } x + 3 < 0, \text{ eli kun } x < -3 \end{cases}$$

$$|-x - 2| = \begin{cases} -x - 2, & \text{kun } -x - 2 \geq 0, \text{ eli kun } x \leq -2 \\ x + 2, & \text{kun } -x - 2 < 0, \text{ eli kun } x > -2 \end{cases}$$

niin saadaan kolme osaa

I-osa, $x < -3$:

$$(-x - 3) - (-x - 2) + 3 = 2$$

II-osa, $-3 \leq x < -2$:

$$(x + 3) - (-x - 2) + 3 = 2x + 8$$

III-osa, $-2 \leq x$:

$$(x + 3) - (x + 2) + 3 = 4$$

/6

/24