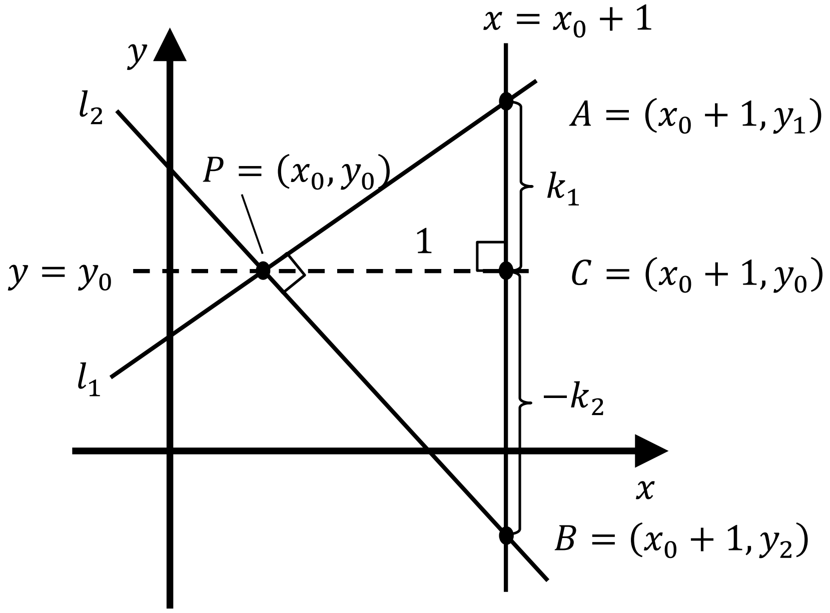
Todistus: Osoitetaan, että $k_1k_2 = -1$, kun suorat l_1 ja l_2 ovat kohtisuorassa. Eli oletetaan kohtisuoruus ja osoitetaan, että tällöin $k_1k_2 = -1$.

Aluksi Jos toinen suorista on y-akselin suuntainen (pystysuora), niin toinen on x-akselin suuntainen (vaakasuora). Tällöin ei luonnollisestikaan voida laskea $k_1k_2 = \infty \cdot 0$ (ei määritelty).

Olkoon siis suoralla l_1 kulmakerroin k_1 ja suoralla l_2 kulmakerroin k_2. Toinen näistä suorista on nouseva ja toinen laskeva. Voidaan olettaa, että suora l_1 on nouseva, eli $k_1 > 0$ ja suora l_2 on laskeva, eli $k_2 < 0$. Merkintöjä varten piirretään kuva (alla).



Merkitään suorien leikkauspistettä P:llä, $P = (x_0, y_0)$. Valitaan pisteen P kautta kulkevalta x-akselin suuntaiselta vakkasuoralta suoralta $y = y_0$ piste $C = (x_0 + 1, y_0)$. Pisteen C kautta kulkeva y-akselin suuntainen suora $x = x_0 + 1$ leikkaa suoran l_1 pisteessä $A = (x_0 + 1, y_1)$ suoran l_2 pisteessä $B = (x_0 + 1, y_2)$, missä $y_1 > y_0$ ja $y_2 < y_0$.

Tällöin kulmakertoimet ovat:

Suora l_1: $k_1 = \frac{y_1 - y_0}{x_0 + 1 - x_0} = y_1 - y_0$ Suora l_2: $k_2 = \frac{y_2 - y_0}{x_0 + 1 - x_0} = y_2 - y_0$

Koska $AC = y_1 - y_0 = k_1$ ja $BC = y_0 - y_2 = -k_2$, niin $AB = AC + BC = k_1 - k_2$.

Kolmio ABP on suorakulmainen, joten Pythagorasta hyödyntäen saadaan

$$AB^2 = AP^2 + BP^2$$

$$(k_1 - k_2)^2 = \left(1^2 + {k_1}^2\right) + (1^2 + (-k_2)^2)$$

$${k_1}^2 - 2k_1k_2 + {k_2}^2 = 2 + {k_1}^2 + {k_2}^2$$

$$-2k_1k_2 = 2$$

$$k_1k_2 = -1$$

Todistus: Osoitetaan, että suorat l_1 ja l_2 ovat kohtisuorassa, kun $k_1k_2 = -1$.

Edellisen todistuksen päättely kääntäen.