

Kotitehtävät 64 ja 65, 6.5.2014

T – 64 Määritä vakio b siten, että suora $6x + by + 33 = 0$ leikkaa y -akselin kolme kertaa niin kaukana origosta kuin x -akselin.

Ratkaisu Suora $6x + by + 33 = 0$ on annettu normaalimuodossa. Sijoitetaan aluksi $y = 0$ (jotta saadaan tietää x - eli vaakakselin ja suoran leikkauskohta), jolloin siis

$$y = 0 \Rightarrow x = -\frac{33}{6}.$$

Eli leikkauskohdan etäisyys (itseisarvo!!!) origosta on

$$|x| = |x - 0| = \frac{33}{6} = 5,5.$$

Seuraavaksi sijoitetaan $x = 0$ (jotta saadaan tietää y - eli pystyakselin ja suoran leikkauskohta), jolloin siis

$$x = 0 \Rightarrow y = -\frac{33}{b}.$$

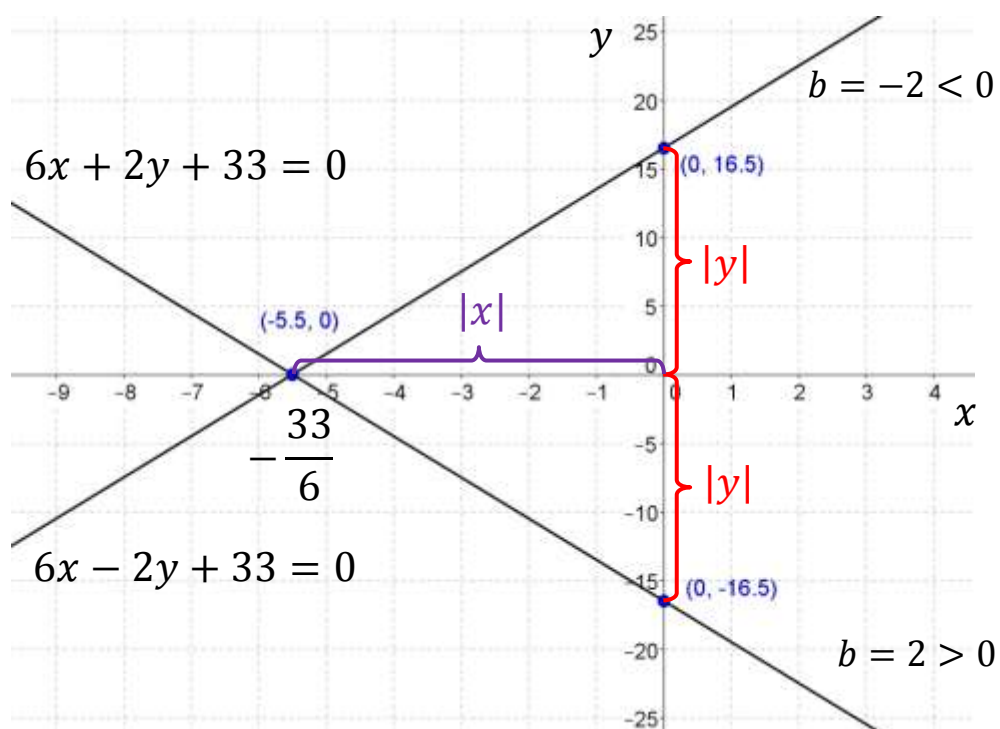
Eli leikkauskohdan etäisyys (itseisarvo!!!) origosta on

$$|y| = |y - 0| = \frac{33}{|b|}.$$

Koska etäisyyden y -akselista piti olla kolme kertaa niin paljon kuin x -akselista, muodostuu yhtälö

$$|y| = 3|x|, \quad \text{katso myös kuva alla, huomaa skaalaus!}$$

$$\Rightarrow \frac{33}{|b|} = 3 \cdot 5,5 = 16,5 \quad \Leftrightarrow \quad |b| = \frac{33}{16,5} = 2 \quad \Rightarrow \quad b = \pm 2.$$



T – 65 Suoran kulmakerroin on $\frac{2}{3}$. Suora rajaa koordinaattiakselien kanssa kolmion, jonka ala on 30. Määritä suoran yhtälö.

Ratkaisu Suoran yhtälö (ratkaistu muoto) on $y = kx + b = \frac{2}{3}x + b$. Lisäksi tiedetään, että ala on

$$A_{\text{kolmio}} = \frac{1}{2} \cdot \text{kanta} \cdot \text{korkeus} = \frac{1}{2} \cdot |x| \cdot |y| = 30.$$

Huomaa, että nyt on käytettävä itseisarvoja, koska ei tiedetä missä neljänneksessä kolmio sijaitsee (katso kuva alla tehtävän lopussa). Tehtävänannossa on vain tieto *koordinaattiakselien kanssa!*

Toisaalta, koska $k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{|y|}{|x|} = \frac{2}{3}$, niin

$$|y| = \frac{2}{3}|x|.$$

Sijoitetaan tämä tieto pinta-alan lausekkeeseen, saadaan ratkaistua suoran ja x -akselin leikkauskohta

$$A_{\text{kolmio}} = \frac{1}{2}|x||y| \stackrel{\text{sij.}}{=} \frac{1}{2}|x| \frac{2}{3}|x| = \frac{1}{3}|x|^2 = 30 \Rightarrow |x|^2 = 90 \Leftrightarrow (x)^2 = 90 \\ x = \pm\sqrt{90} = \pm 3\sqrt{10}.$$

Tuli kaksi leikkauskohta $x = x_0$ (niin kuin arvata saattoi...). Näin ollen kysytyt suorat ovat

$$\begin{cases} y - 0 = \frac{2}{3}(x - (+3\sqrt{10})) & \Rightarrow y = \frac{2}{3}x + 2\sqrt{10} & \Leftrightarrow -2x + 3y - 6\sqrt{10} = 0 \\ y - 0 = \frac{2}{3}(x - (-3\sqrt{10})) & \Rightarrow y = \frac{2}{3}x - 2\sqrt{10} & \Leftrightarrow -2x + 3y + 6\sqrt{10} = 0 \end{cases}$$

