

Yhtälöt ja epäyhtälöt (jatkuu)

Määritelmä:

Ensimmäisen asteen epäyhtälö on (sievennyksen jälkeen) muotoa

$$ax + b > 0,$$

missä $a \neq 0$, $a, b \in \mathbb{R}$.

Lisäksi merkin $>$ tilalla voi olla $<$, \leq , \geq tai \neq .

Ensimmäisen asteen epäyhtälön ratkaiseminen tehdään kuten yhtälön, sillä erolla, että kerrottaessa tai jaettaessa negatiivisella luvulla epäyhtälömerkin suunta vaihtuu (kääntyy)!

Esimerkki Ratkaise epäyhtälö $\frac{x+2}{-5} + 2 < 0$.

Ratkaisu

$$\frac{x+2}{-5} + 2 < 0$$

$$\frac{x+2}{-5} < -2 \quad | \cdot (-5) \text{ suunta!}$$

$$\frac{x+2}{-5} < -2 \quad | \cdot (-5) \text{ suunta!}$$

$$x+2 > 10$$

$$x > 10 - 2 = 8$$

Siis $x > 8$. Huomaa, ettei yhtäsuuruus kuulu mukaan, sillä tehtävänannossa sitä ei ollut; Ratkaise epäyhtälö $\frac{x+2}{-5} + 2 < 0$.

Miten voidaan olla varmoja vastauksesta. Tarkistetaan, eli otetaan luvut saadun ratkaisun molemmilta puolilta ja sijoitetaan ne.

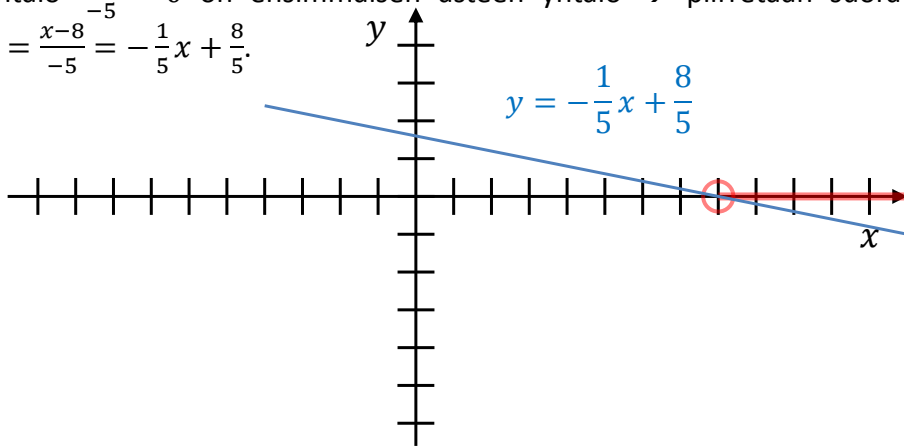
$$x = 10 \Rightarrow \frac{10+2}{-5} + 2 = \frac{12}{-5} + 2 = -2\frac{2}{5} + 2 = -\frac{2}{5} < 0, \quad \text{OK}$$

$$x = 5 \Rightarrow \frac{5+2}{-5} + 2 = \frac{7}{-5} + 2 = -1\frac{2}{5} + 2 = \frac{3}{5} < 0, \quad \text{Epätosi}$$

Esimerkki Graafinen ratkaisu, sama epäyhtälö $\frac{x+2}{-5} + 2 < 0$.

Vastaava yhtälö on muotoa $\frac{x+2}{-5} + 2 = 0$, joka voidaan kirjoittaa muotoon $\frac{x+2}{-5} + 2 = \frac{x+2}{-5} + \frac{-10}{-5} = \frac{x-8}{-5} = 0$.

Yhtälö $\frac{x-8}{-5} = 0$ on ensimmäisen asteen yhtälö \rightarrow piirretään suora
 $y = \frac{x-8}{-5} = -\frac{1}{5}x + \frac{8}{5}$.



Nyt epäyhtälön $\frac{x+2}{-5} + 2 < 0$ ratkaisujoukkoa vastaa se x -akselin osa, jolla suora $y = -\frac{1}{5}x + \frac{8}{5}$ on x -akselin alapuolella, eli $x > 8$. Ratkaisun voi ilmaista myös merkinnällä $x \in [8, \infty[$.

Ratkaisuvaiheet:

1. Muuta epäyhtälö vastaavaksi yhtälöksi (huomioi yhtäsuuruus).
2. Piirrä yhtälöä vastaava suora.
3. Määritä ratkaisujoukko. Huomaa erityisesti, että avoin ympyrä \circ tarkoittaa, että päätepiste ei kuulu ratkaisujoukkoon (vastaa tilannetta, kun epäyhtälössä $<$ tai $>$ merkki). Tummennettu ympyrä \bullet tarkoittaa, että päätepiste kuuluu ratkaisujoukkoon (epäyhtälössä \leq tai \geq merkki).

Esimerkki Ratkaise **a)** algebrallisesti **b)** graafisesti epäyhtälö

a) $-2x + 1 \neq 3$
 $-2x \neq 2$
 $x \neq -1$

b) Vastaava yhtälö $-2x + 1 = 3$ eli

$$-2x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \text{suora } y = -2x - 2$$

