

Iterointi – ohjelmointi

ALGORITMIT MATEMA-
TIKASSA, MAA12

Tarkastellaan esimerkin myötä, kuinka laskin suorittaa iterointia.

Merkitään yksikköympyrän sisään piirretyn säännöllisen n -kulmion sivun pituutta a_n . Tällöin monikulmion piirin puolikas $\frac{n \cdot a_n}{2}$ antaa luvulle π sitä tarkempia likiarvoja mitä suurempi n on.

Lähdetään liikkeelle arvosta $n = 6$.

Palautuskaavalla

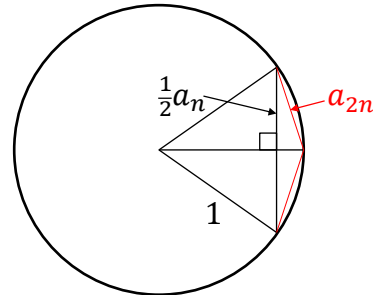
$$a_{2n} = \frac{a_n}{\sqrt{2 + \sqrt{4 - a_n^2}}}$$

saadaan arvot $a_{12}, a_{24}, a_{48}, \dots$ ja vastaavat π :n likiarvot $\pi_{12}, \pi_{24}, \dots$

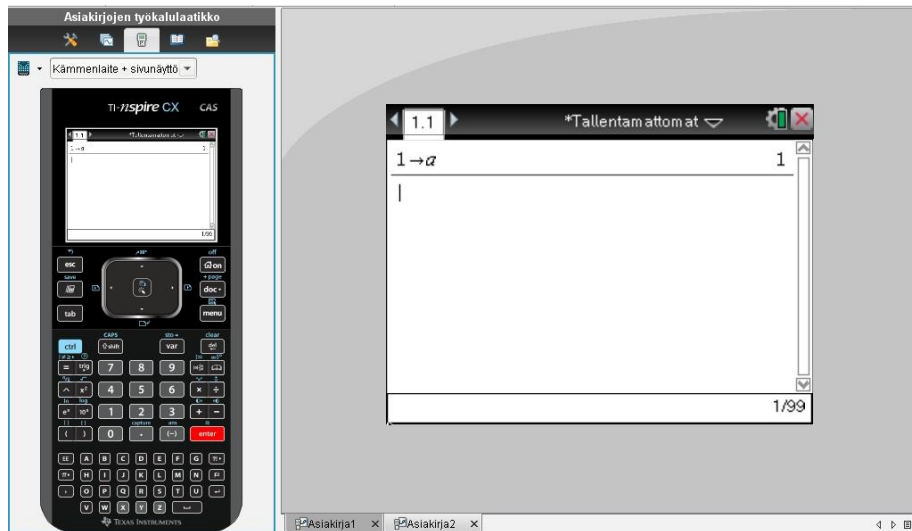
Eli kuinka laskimeen (TI-nspire) saadaan ohjelma:

1. Asetetaan sivun pituudeksi 1 ($1 \rightarrow A$) ja sivujen lukumääräksi 6 ($6 \rightarrow N$). Nuolen saat TI-nspire:ssä `ctrl` + `var` eli `sto →`.
2. Toistetaan komentojonoa (kaksoispisteen saat TI-nspire:ssä `?! ▷`)

$$A/\sqrt{2 + \sqrt{4 - A^2}} \rightarrow A: 2 * N \rightarrow N: N * A/2 \rightarrow P$$

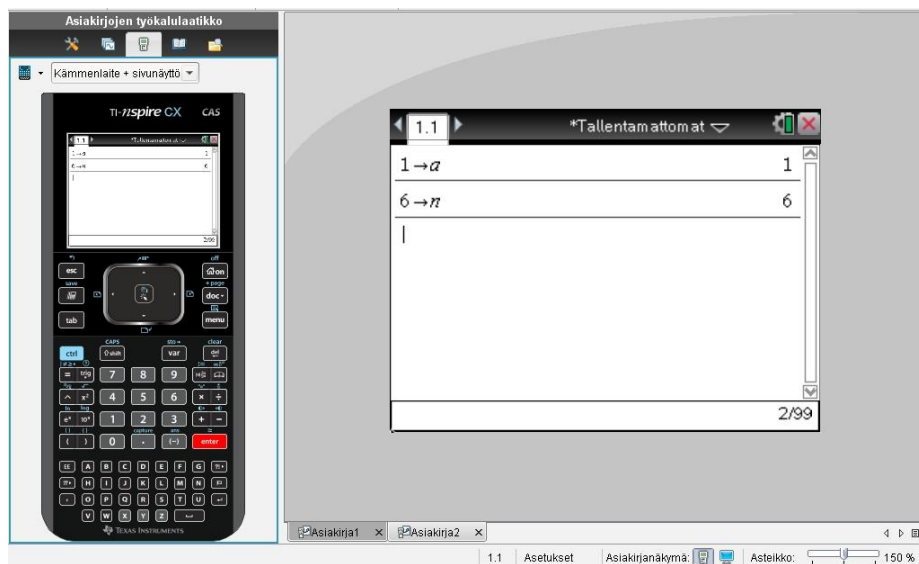


Ensin tallennetaan 1 muistipaikkaan a (ei ole väliä käyttääkö isoa A :ta vai pikkua a :ta). Nuolen saat TI-nspire:ssä `ctrl` + `var` eli `sto →`.



Painamalla **enter**, tulostuu 1.

Huomaa, että jatkossa kun kirjoittaa α , niin se näkyy lihavoituna α .



Tallennetaan 6 muistipaikkaan n , painetaan **enter**, tulostuu 6.

Asiakirjojen työkalulaatikko

Kämmenlaite + sivunäyttö

TI-nspire CX CAS

*Tallentamattomat

1.1

1 → a 1

6 → n 6

$a/\sqrt{2+\sqrt{4-a^2}} \rightarrow a$

? ! \$ ° ' %

" ; _ \

2/99

kaksoispisteen saat TI-nspire:ssä näppäimestä [?] > aukenevasta valikosta.

Iterointilausekkeen "koodaminen" sisältää kolme vaihetta, jotka erotetaan toisistaan kaksoispisteellä. Ensimmäinen vaihe on $A/\sqrt{2+\sqrt{4-A^2}} \rightarrow A$, toinen vaihe on $2 * N \rightarrow N$ ja kolmas vaihe on $N * A/2 \rightarrow P$. Jälleen ei väliä onko pieni vai iso kirjain.

Asiakirjojen työkalulaatikko

Kämmenlaite + sivunäyttö

TI-nspire CX CAS

*Tallentamattomat

1.1

1 → a 1

6 → n 6

$a/\sqrt{2+\sqrt{4-a^2}} \rightarrow a:2:n \rightarrow n:n:a/2 \rightarrow p$

2/99

Iterointilauseke kokonaisuudessaan koodattu laskimeen.

The screenshot shows the TI-Nspire CX CAS interface. On the left is the calculator window, and on the right is a document window titled "1.1" with the subtitle "*Tallentamattomat".

The document window contains the following content:

$1 \rightarrow a$	1
$6 \rightarrow n$	6
$\frac{a}{\sqrt{2+\sqrt{4-a^2}}} \rightarrow a:2:n \rightarrow n: \frac{n \cdot a}{2} \rightarrow p$	
	$3 \cdot (\sqrt{3}-1) \cdot \sqrt{2}$

The calculator window shows the same algebraic expressions as the document window. The status bar at the bottom indicates "1.1 Asetukset Asiakirjanäkymä: Astelikko: 150 %".

Kun painetaan **enter**, tulostuu ensimmäinen likiarvo π_{12} luvulle π . Jatkossa on piin likiarvoja mukavampi tarkastella desimaaleina, joten seuraavat likiarvot otetaan painamalla **ctrl** + **enter** eli \approx . Saadaan...

This screenshot is similar to the previous one, but the document window now shows a numerical value below the algebraic expression:

$\frac{a}{\sqrt{2+\sqrt{4-a^2}}} \rightarrow a:2:n \rightarrow n: \frac{n \cdot a}{2} \rightarrow p$	
	$3 \cdot (\sqrt{3}-1) \cdot \sqrt{2}$
$\frac{a}{\sqrt{2+\sqrt{4-a^2}}} \rightarrow a:2:n \rightarrow n: \frac{n \cdot a}{2} \rightarrow p$	
	3.13262861328

The calculator window also shows the numerical value 3.13262861328. The status bar at the bottom indicates "1.1 Asetukset Asiakirjanäkymä: Astelikko: 150 %".

...toinen likiarvo π_{24} luvulle π ...

The screenshot shows a TI-84 Plus CE calculator on the left and a software window on the right. The calculator screen displays the expression $\frac{a}{\sqrt{2+\sqrt{4-a^2}}}$ with a numerical result of 3.13262861328. The software window on the right shows the same expression with a numerical result of 3.13262861328. Below it, the same expression is shown with a numerical result of 3.13935020305. The software window also shows the expression $\frac{a}{\sqrt{2+\sqrt{4-a^2}}} \rightarrow a:2 \cdot n \rightarrow n: \frac{\pi a}{2} \rightarrow p$.

..kolmas likiarvo π_{48} luvulle π ... ja näin jatkaen muut likiarvot.

The screenshot shows a TI-84 Plus CE calculator on the left and a software window on the right. The calculator screen displays the expression $\frac{a}{\sqrt{2+\sqrt{4-a^2}}}$ with a numerical result of 3.13262861328. The software window on the right shows the same expression with an exact symbolic result of $3(\sqrt{3}-1)\sqrt{2}$. Below it, the same expression is shown with an exact symbolic result of $\frac{12(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{6+\sqrt{2+4}}}$. The software window also shows the expression $\frac{a}{\sqrt{2+\sqrt{4-a^2}}} \rightarrow a:2 \cdot n \rightarrow n: \frac{\pi a}{2} \rightarrow p$.

Jos painaa vain **enter**, niin tulostuu tarkkoja likiarvoja, kunnes laskin muuttaa automaattisesti tarkat likiarvot likiarvoiksi. Esimerkiksi tarkka likiarvo π_{24} luvulle π on $12(\sqrt{3}-1)/\sqrt{6+\sqrt{2+4}}$.

The image shows a TI-Nspire CX calculator interface. On the left is the physical calculator, and on the right is a software window titled "Asiakirjojen työkalulaatikko". The software window displays a document with the following content:

1.1 *Tallentamattomat

$$\sqrt{\sqrt{6} + \sqrt{2} + 4}$$

$$\frac{a}{\sqrt{2 + \sqrt{4 - a^2}}} \rightarrow a : 2 \cdot n \rightarrow n : \frac{n \cdot a}{2} \rightarrow p$$

$$\frac{24 \cdot (\sqrt{3} - 1)}{(\sqrt{6} + \sqrt{2} + 4)^4} \cdot \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \sqrt{\sqrt{6} + \sqrt{2} + 4} + \sqrt{3} + 2 \cdot \sqrt{2}}}$$

10/99

At the bottom of the software window, there are tabs for "Asiakirja1" and "Asiakirja2", and a status bar showing "1.1 Asetukset Asiakirjanäkymä: Asteikko: 150 %".

Seuraava tarkka likiarvo ei edes mahdu näytölle. Siksi likiarvot ovat myös käyttökelpoisempia.