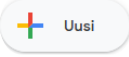
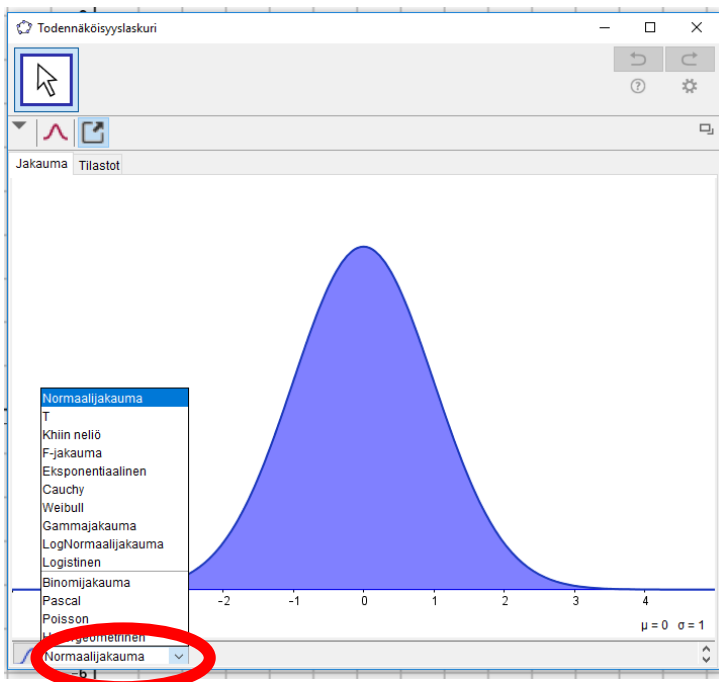
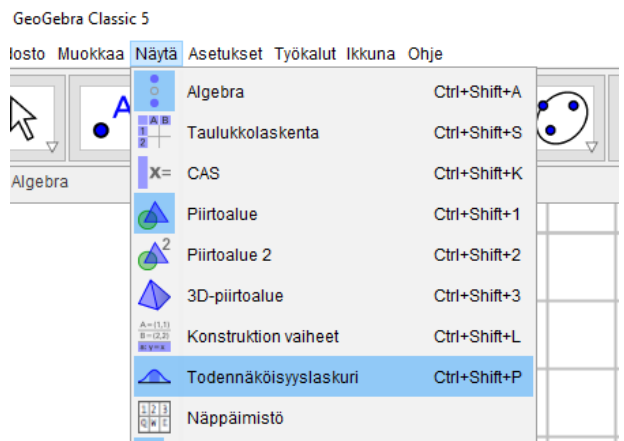



Tehtävien ratkaisut tulee olla tehtynä Googlen Docs-ohjelmalla. Liitä vastauksiisi kuvia Geogebraista ja esim. TI-nspire ohjelmalla tuotettuja matemaattisia ratkaisuja.

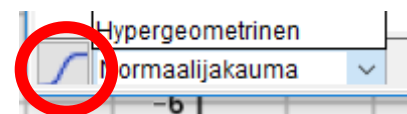
→ Kirjaudu edu.sievi.fi - tunnuksellasi Google Driveen ja MAA4 -kansioon luo alikansio ”Tietokoneharjoitukset” kohdasta  . Luo tähän kansioon Google Docs dokumentti, jonne kirjoitat/liität vastauksesi. Muista nimetä dokumentti omalla nimelläsi!

MUISTA LIITTÄÄ KUVIA JOKA KOHDASTA!

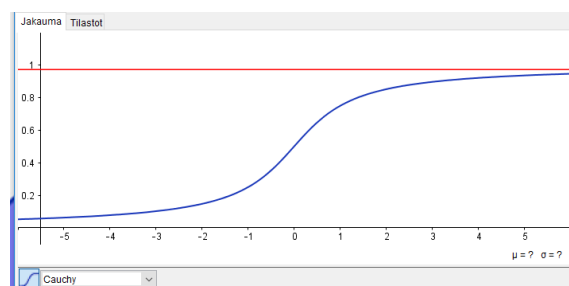
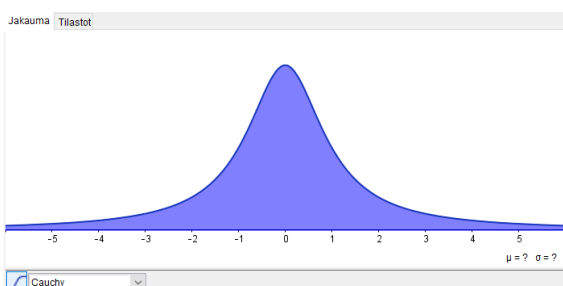
1. Tutustutaan Geogebra jakaumaosioon. Valitse ensin Näytä-valikosta todennäköisyyslaskuri. Sieltä ensimmäisenä tulee vastaan normaalijakauma. Tutustu mitä muita jakaumia sieltä löytyy → käytä alasvetovalikkoa.



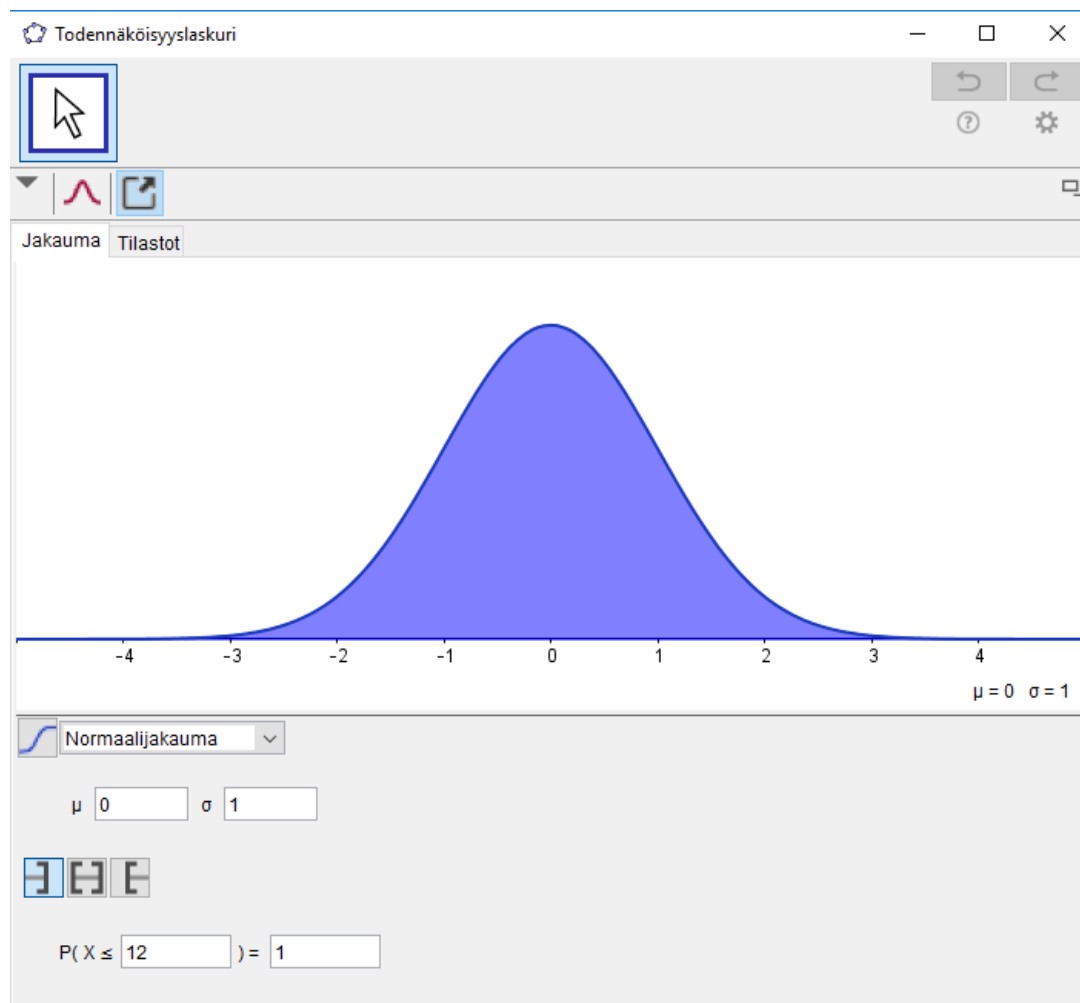
Tutustu myös vastaaviin kertymäfunktioihin. Klikkaa jakauman valinta - alasvetovalikon vasemmalta puolelta ikonia .



Esim. Cauchy:n (Cauchy lausutaan [kosi]) tiheys- ja kertymäfunktioiden kuvaajat:




Vielä ensin varsinaisia laskuja otetaan esiin (ellei jo ole valmiiksi esillä) ko. jakaumaan liittyvät parametrit (esim. normaalijakaumalla odotusarvo μ ja keskihajonta σ ja esim. binomijakaumalla toistojen lukumäärä n ja suotuisan tapahtuman todennäköisyys p) sekä välin valinta ja todennäköisyyden arvo. Vie kursori todennäköisyyslaskuri-ikkunan alareunassa olevan harmaan alueen ja valkoisen alueen rajapintaan, jolloin tulee esiin kaksisuuntainen nuoli \updownarrow . Klikkaa hiiren ykköspainiketta, pidä nappi alhaalla ja vedä ylöspäin. Saat esiin edellä mainitut asiat. Näkymä pitäisi olla seuraavankaltainen. Tämä näkymä on syytä aina olla jakaumien kohdalla esillä.

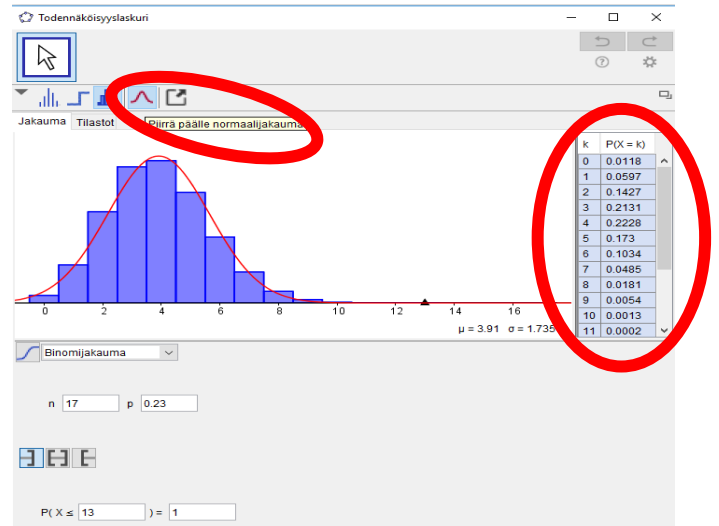


- a) Kun satunnaismuuttujalle $X \sim N\left(12, \frac{4}{7}\right)$, missä \sim tarkoittaa "noudattaa", niin määritä (+ geogabralla näyttökuva todennäköisyyslaskurista) $P(10,6 < X \leq 13)$ (Muista GEOssa desimaalipisteet.). Miten alarajan avoimuus vaikuttaa todennäköisyyteen? VAST. (0,9528)
- b) Kun satunnaismuuttujalle $X \sim \text{Bin}(17; 0,23)$, niin määritä (+ geogabralla näyttökuva todennäköisyyslaskurista) $P(X = 2)$, $P(X = 8)$ ja $P(X = 13)$. Saat nämä tod.näk. arvot suoraan kuvaajaikkunasta.

nan oikealta reunalta → katso c)-kohdan kuvaa. Määritä myös $P(10 < X \leq 13)$ ja $P(10 \leq X \leq 13)$


Miksi kuvaaja on ”pylväsmäinen”? VAST. (0,0003 ja 0,0016)

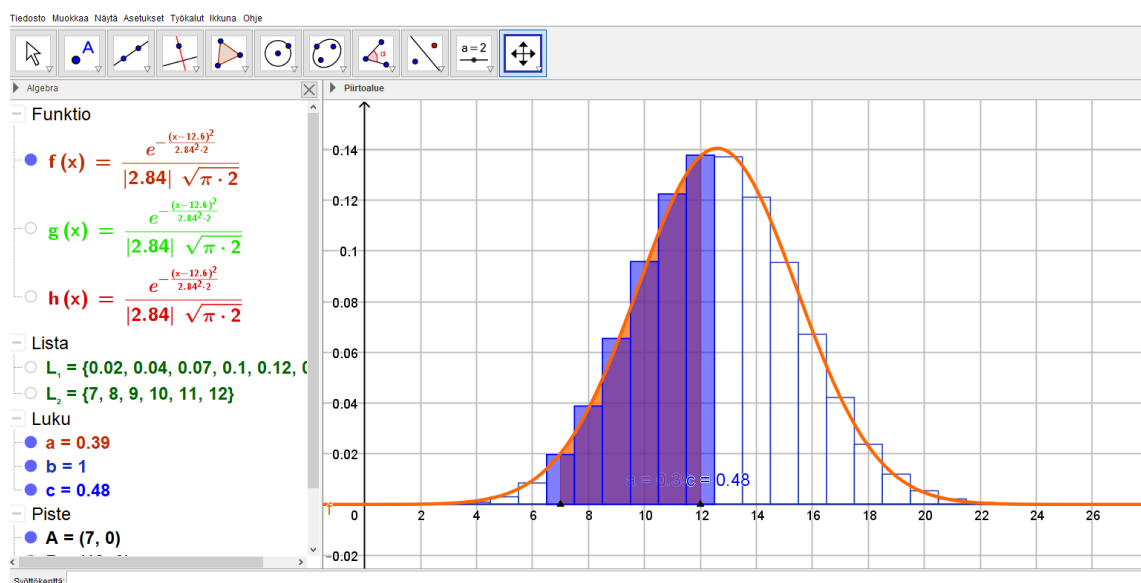
c) Yhdistetään binomijakauma ja normaalijakauma, eli piirretään binomijakaumalle ns. verkohäyränä normaalijakauman käyrä. Paina nappia  b)-kohdan tilanteessa ja tee havainnot.



→ Sovelletaan tätä ja määritä $P(7 \leq X \leq 12)$, kun $X \sim \text{Bin}(35; 0,36)$, sekä binomijakautuneelle että sitä vastaavalle normaalijakautuneelle satunnaismuuttujalle (ja vertaa arvoja).

Ohje: normaalijakaumaa varten tarvitaan odotusarvo ja keskihajonta binomijakautuneesta satunnaismuuttujasta... mites ne ny menikään? Ainiin, MAA8:lta muistetaan, että kun $X \sim \text{Bin}(n, p)$, niin $E(X) = \mu = np$ ja $D(X) = \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{np(1-p)}$? VAST. (0,4801 binomi ja 0,392 normaali, kun odotusarvo $\mu = 12,6$ ja keskihajonta $\sigma = 2,83$)

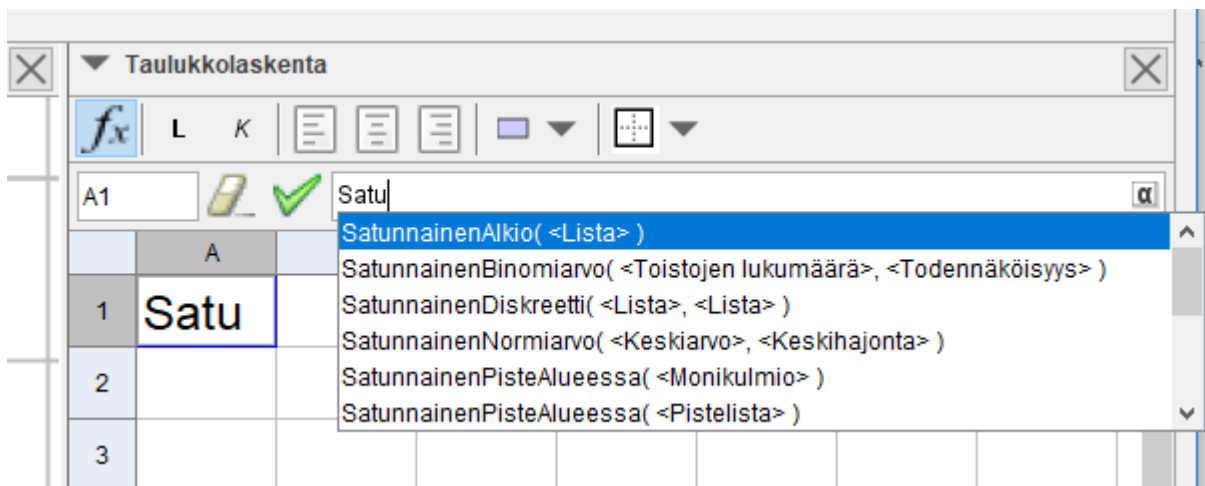
Vie lopuksi molemmat kuvaajat piirtoalueelle  -näppäimen kautta, muokkaa hieman värejä ja liitä kuva ratkaisuuksi. Tulisi näyttää kutakuinkin tältä:



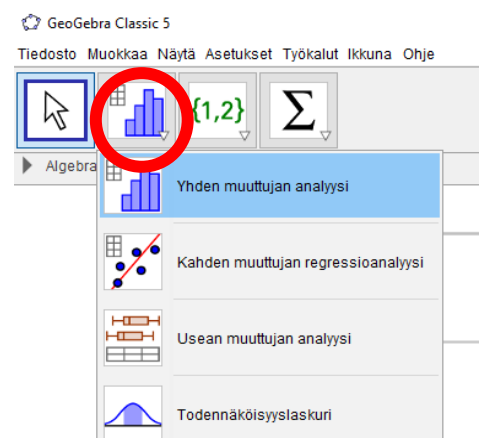
d) Mikä tulisi keskihajonnan olla kahden desimaalin tarkkuudella, jotta satunnaismuuttujalle $X \sim N(3, \sigma)$ pätyisi $P(|X| \leq 4) = 0,75$? Huomaa itseisarvo! Mitä se voisi tarkoittaa? VAST. ($\sigma = 1.48$).

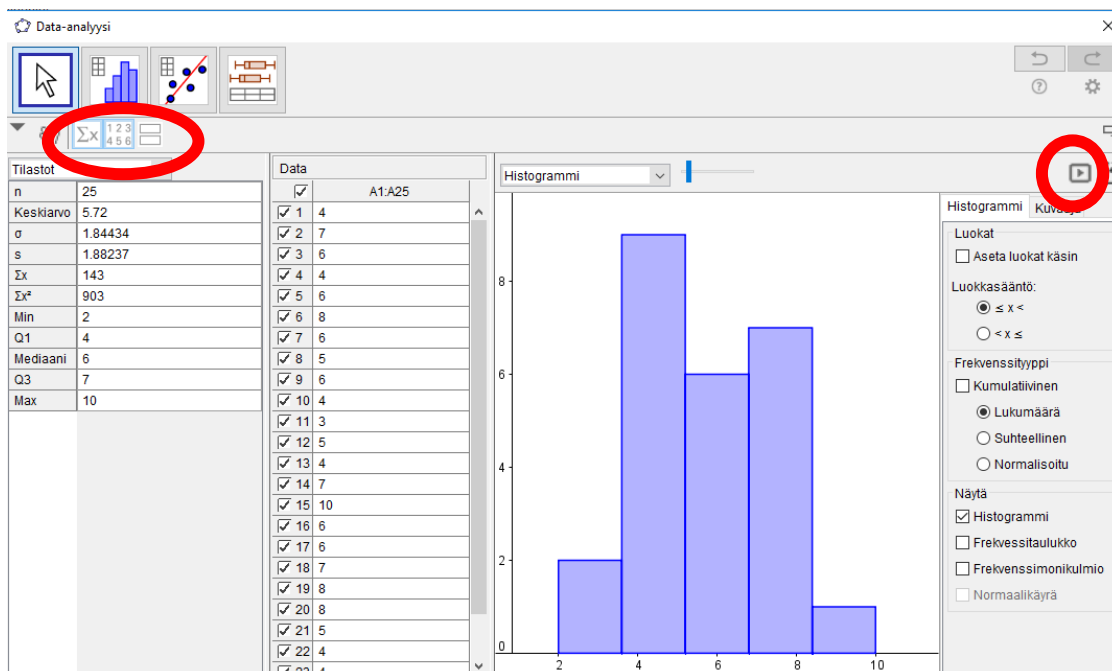
Entä mikä tulisi odotusarvon olla kahden desimaalin tarkkuudella, jotta satunnaismuuttujalle $X \sim N\left(\mu; \frac{17}{4}\right)$ pätsi $P(120 < X < 130) = 0,7$? Mitä huomaat saaduista arvoista suhteessa tarkasteltavan välin $120 < X < 130$ puoleen väliin? Perustele jotenkin lyhyesti. VAST. ($\mu = 127,2$ tai $\mu = 122,8$).


2. Tässä tehtävässä luodaan eli generoidaan arvoja ja katsotaan miten niitä voidaan käsitellä geogebraalla. Valitse Näytä-valikosta taulukkolaskenta ja klikkaa f_x -painiketta (saat syöttökentän näkyviin). Klikkaa solua A1 (eli valitaan se solu, jonne halutaan seuraava komento) ja sen jälkeen kirjoita syöttökenttään Satu..., jolloin aukeaa valikko, josta voidaan valita haluttu toiminto. (Käy pikaisesti läpi mitä kaikkea valikko sisältää, oikealta löytyy vierityspalkki.)

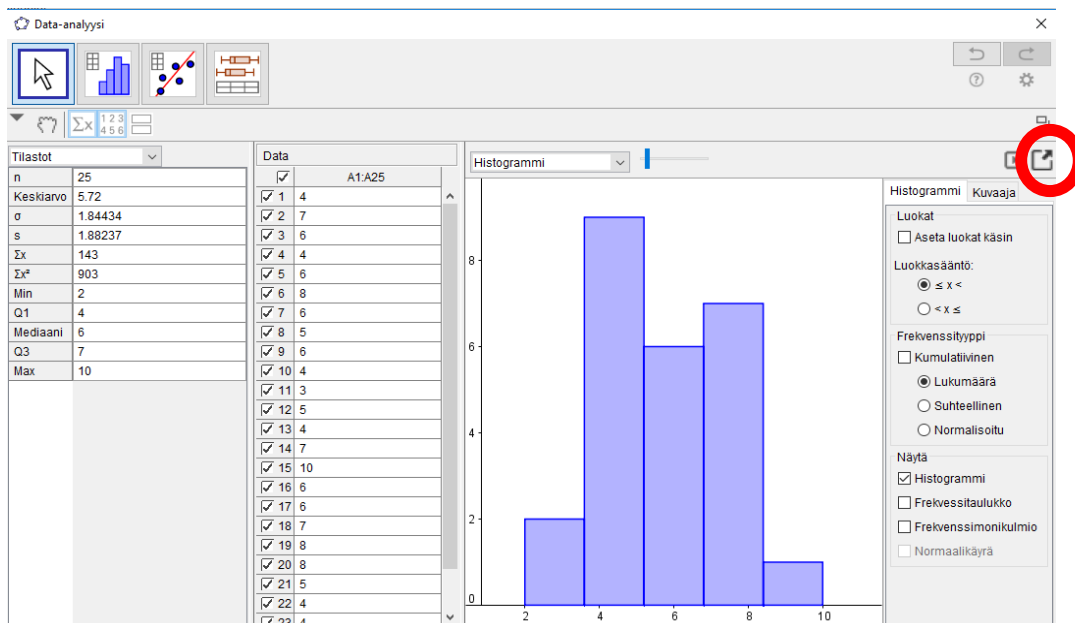


Käytä SatunnainenBinomiarvo(20,0.3) ja paina enter. Kopioi tämä tieto solun A1 oikeasta alanurkasta löytyvästä sinisestä pikkulaatikosta. Vie hiiren kursori sen kohdalle (jolloin se muuttuu mustaksi plusmerkkiksi), klikkaa hiiren ykköspainiketta, pidä se alhaalla ja raahaa soluun A25 saakka. Näin saat 25 kpl binomijakautuneen satunnaismuuttujan arvoja. Alue jää automaattisesti valituksi. Paina sitten yhden muuttujan analyysipainiketta (löytyy geogebbran vas.ylhäältä.) ja valitse toiminto Analysoi. Näkyviin tulee Data-analyysi-ikkuna. Ota esiin tilastot-, data- ja asetukset-välilehdet. Näkymä tulisi olla alla olevan kuvan kaltainen.

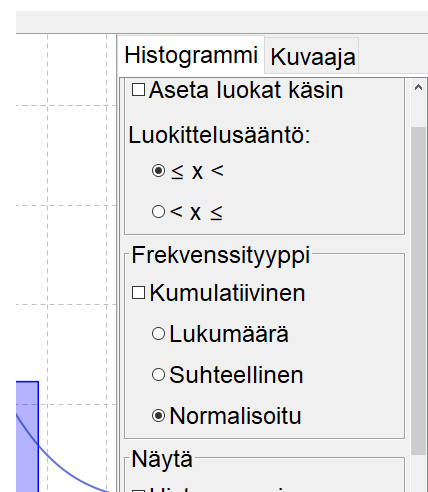




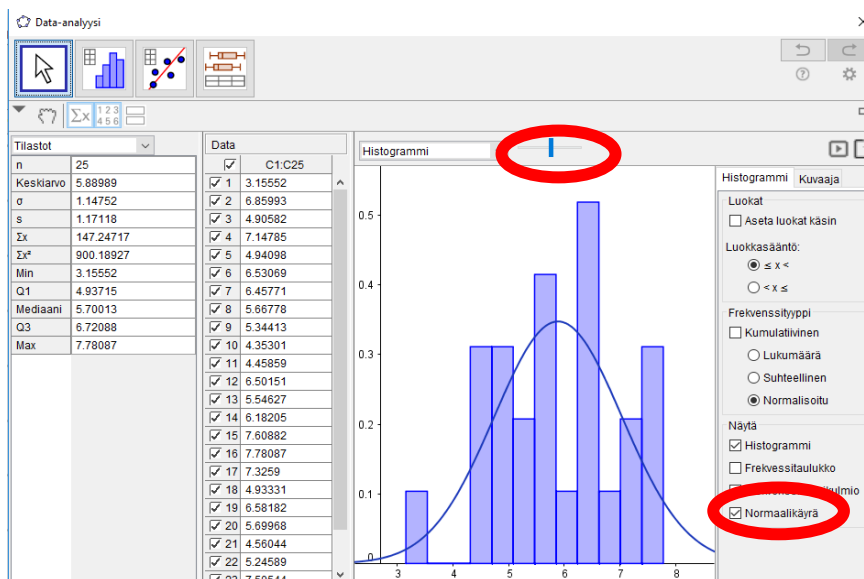
Tilastot-välilehdeltä saat tuttuja asioita (kurssin alkupuoli), asetukset-välilehdeltä voit käydä läpi histogrammiin ja kuvaajiin liittyviä asioita. Vie lopuksi tieto piirtoalueelle. Eli paina  ja vie piirtoalueelle.



Tee samankaltainen Data-analyysi normaalijakautuneelle satunnaismuuttujalle. Eli taulukkolaskennan syöttökenttään kirjoita Satunnainen Normiarvo(6, 1.5) ja jatka edellä käydyn mukaisesti. Lisää vielä lopuksi asetukset osion histogrammi -välilehdeltä normaalikäyrä ja voit siirtää histogrammin luokkien määrä-liukusäädintä suuremmaksi. **Mikäli normaalikäyrä-valintaa ei voida tehdä, valitse frekvenssityypiksi ensin Normalisoitu.** Tee havaintoja. Katso kuva alla.



Muista viedä piirtoalueelle, vaihda tarvittaessa väri ja palauta näyttökuvaa piirtoalueesta (jossa on siis sekä binomijakautuneen satunnaismuuttujan arvojen histogrammi + normaalikäyrä.) Skaalaukset saattavat olla eri → lisää kaksi kuvaa tarvittaessa.

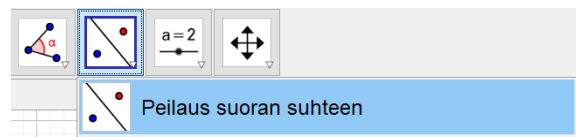


3. Tutustutaan lopuksi käänteisfunktion f^{-1} kuvaajaan, kun funktio f on annettu. Aukaise GEOssa uusi ikkuna (Tiedosto → Uusi Ikkuna). Syöttökenttään kirjoita

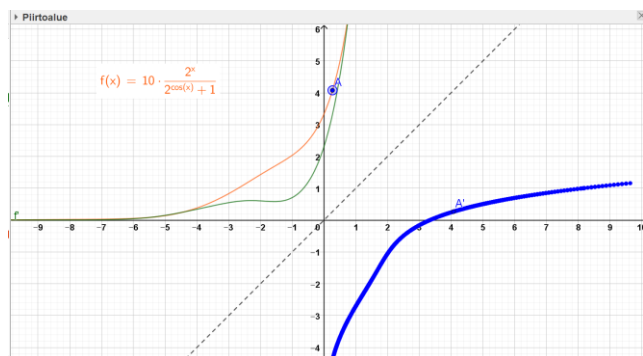
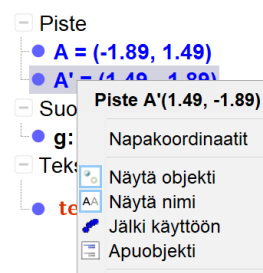
$$f(x) = 10 \cdot 2^x / (2^{\cos(x)} + 1)$$

Totea, että f :llä on olemassa käänteisfunktio (derivaatta ($f(x)$)) ja f' :n kuvaaja ei kulje x -akselin alapuolella.

Valitse piste objektilla (f :n kuvaajasta ei f' :n). Luo suora $y=x$, laita suoran tyyli katkoviivaksi. Peilaa luomasi piste



tämän suoran suhteen, muodostuu peilauspiste A' . Laita tästä pisteestä jälki käyttöön ja siirrä sitten alkuperäistä pistettä pitkin funktion f kuvaajaa. Peilauspiste piirtää käänteisfunktion muotoa. Tulisi siis näyttää tältä.



→ Luo jokin aidosti monotoninen funktio ja hahmottele sen käänteisfunktion kuvaaja em. tavalla.

Tallenna *omanimi_sukunimi* -muodossa pedan tallennuskansioon palautuspäivämäärään mennessä.