

## Useampi kuin yksi konnektiivi – konnektiivien suoritusjärjestys

LUKUTEORIA JA TO-  
DISTAMINEN, MAA11

Jos yhdistettävässä lauseessa loogisia konnektiiveja on useampi kuin yksi, niin täytyy sopia niiden suoritusjärjestys.

### Esimerkki:

Oletetaan, että Risto kertoi suunnitelmistaan seuraavaa:

*"Matkustan ensi viikolla Helsinkiin ja käyn Linnanmäellä tai menen elokuviin."*

Tämä luonnollisen kielen täysin virheetön ilmaus ei ole logiikan kannalta yksiselitteinen, nimittäin tarkoittiko Risto:

*"Matkustan ensi viikolla Helsinkiin ja käyn Linnanmäellä (Helsingin Linnanmäki...onko muita olemassa) tai menen (Helsingissä) elokuviin."*

TAI

*"Matkustan ensi viikolla Helsinkiin ja käyn siellä Linnanmäellä tai menen elokuviin." (vaikkapa naapurikaupunkiin)*

Todennäköisesti Risto käy Helsingissä joko Lintsillä tai leffassa. Tutkitaan edellä esitettyjä lauseita kääntämällä ne lauselogiikan kielelle, merkitään:  $p$  = "Matkustan Helsinkiin.",  $q$  = "Käyn Linnanmäellä." ja  $r$  = "Menen elokuviin."

Tällöin edellä esitetyt lauseet saavat logiikan kielen muodot:

ensimmäinen lause:  $p \wedge (q \vee r)$

toinen lause:  $(p \wedge q) \vee r$

Näillä lauseilla on eri totuusarvo, tähän palataan.

Logiikan päättelyissä tarvitaan tiettyjä sääntöjä (vrt. kielioppisäännöt)

### Määritelmä, konnektiivien suoritusjärjestys:

Loogisten konnektiivien  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\implies$ ,  $\iff$  suoritusjärjestys on

- ensin negaatiot,
- sitten konjunktiot ja disjunktiot,
- seuraavaksi implikaatiot ja lopuksi ekvivalenssit,

ellei sulkumerkeillä toisin ilmoiteta.

**Esimerkkejä**

1) Lauseet  $(p \vee q) \Rightarrow p$  ja  $p \vee (q \Rightarrow p)$  eroavat toisistaan vain sulkumerkkien paikan suhteen, mutta ne ovat lauselogiikassa täysin eri lauseita.

2) Lause  $p \wedge \neg q$  tarkoittaa lausetta  $p \wedge (\neg q)$ .

3) Lause  $\neg p \Rightarrow p \vee q$  tarkoittaa lausetta  $(\neg p) \Rightarrow (p \vee q)$ .

4) Lause  $\neg(p \vee q \Rightarrow p \wedge q)$  tarkoittaa lausetta  $\neg((p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q))$

5) Peräkkäisten konjunktioiden ja disjunktioiden väliset sulkumerkit voidaan jättää kirjoittamatta, siis  $p \vee q \vee r$  ja  $p \wedge q \wedge r \wedge s$  jne.

**Esimerkki, totuustaulukon käyttö:**

Tee yhdistetyn lauseen

$$\neg p \Rightarrow p \wedge q$$

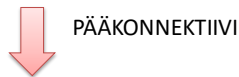
totuustaulukko.

(taululla!)

$p$	$q$	$\neg p$	$p \wedge q$	$\neg p \Rightarrow p \wedge q$
1	1	0	1	1
1	0	0	0	1
0	1	1	0	0
0	0	1	0	0

**Esimerkki, totuustaulukon käyttö:**

Lyhyempi tapa on merkitä uusien lauseiden totuusarvot vastaavien konnektiivien alle, jolloin viimeksi suoritetun *ns. pääkonnektiivin* alle tulee koko lauseen totuusarvo. Siis, muodosta lauseen  $\neg p \Rightarrow p \wedge q$  totuustaulukko. (Alin rivi kuvaa sarakkeiden syntymisjärjestystä.)



$\neg$	$p$	$\Rightarrow$	$p$	$\wedge$	$q$
0	1	<b>1</b>	1	1	1
0	1	<b>1</b>	1	0	0
1	0	<b>0</b>	0	0	1
1	0	<b>0</b>	0	0	0
2.	1.	<b>4.</b>	1.	3.	1.

Tämä on suositeltavin tapa molekyylilauseen totuusarvojen ratkaisemisessa.

**Esimerkki, Riston matka Helsinkiin**

Palataan vielä Riston Helsingin matkaan ja osoitetaan että lauseilla  $p \wedge (q \vee r)$  ja  $(p \wedge q) \vee r$  on eri totuusarvot

$p$	$q$	$r$	$q \vee r$	$p \wedge (q \vee r)$
1	1	1	1	1
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
1	0	0	0	0
0	1	1	1	0
0	1	0	1	0
0	0	1	1	0
0	0	0	0	0

$p$	$q$	$r$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \vee r$
1	1	1	1	1
1	1	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	0	0	0
0	1	1	0	1
0	1	0	0	0
0	0	1	0	1
0	0	0	0	0

**Huomautus** Yleisesti, jos on  $n$  kappaletta atomilauseita, niin rivejä tarvitaan  $2^n$  kappaletta. Yllä 3 eri atomilauseetta  $\rightarrow$  siis  $2^3 = 8$  eri riviä.