Useampi kuin yksi konnektiivi – konnektiivien suoritusjärjestys

Jos yhdistettävässä lauseessa loogisia konnektiiveja on useampi kuin yksi, niin täytyy sopia niiden suoritusjärjestys.

Esimerkki:
Oletetaan, että Risto kertoi suunnitelmistaan seuraavaa:
"Matkustan ensi viikolla Helsinkiin ja käyn Linnanmäellä tai menen elokuviin."
Tämä luonnollisen kielen täysin virheetön ilmaus ei ole logiikan kannalta yksiselitteinen, nimittäin tarkoittiko Risto:

"Matkustan ensi viikolla Helsinkiin ja käyn Linnanmäellä (Helsingin Linnanmäki…onko muita olemassa) tai menen (Helsingissä) elokuviin."
TAI
"Matkustan ensi viikolla Helsinkiin ja käyn siellä Linnanmäellä tai menen elokuviin." (vaikkapa naapurikaupunkiin)

Todennäköisesti Risto käy Helsingissä joko Lintsillä tai leffassa. Tutkitaan edellä esitettyjä lauseita kääntämällä ne lauselogiikan kielelle, merkitään: $p =$"Matkustan Helsinkiin.", $q =$"Käyn Linnanmäellä." ja $r =$"Menen elokuviin."

Tällöin edellä esitetyt lauseet saavat logiikan kielen muodot:
ensimmäinen lause: $p \wedge (q \vee r)$
toinen lause: $(p \wedge q) \vee r$
Näillä lauseilla on eri totuusarvo, tähän palataan.

Logiikan päättelyissä tarvitaan tiettyjä sääntöjä (vrt. kielioppisäännöt)

Määritelmä, konnektiivien suoritusjärjestys:
Loogisten konnektiivien $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\Longrightarrow$, $\Leftrightarrow$ suoritusjärjestys on
- ensin negaatiot,
- sitten konjunktiot ja disjunktiot,
- seuraavaksi implikaatiot ja lopuksi ekvivalenssit,

ellei sulkumerkeillä toisin ilmoiteta.

Esimerkkejä

1) Lauseet $(p \vee q) \Rightarrow p$ ja $p \vee (q \Rightarrow p)$ eroavat toisistaan vain sulkumerkkien paikan suhteen, mutta ne ovat lauselogiikassa täysin eri lauseita.
2) Lause $p \wedge \neg q$ tarkoittaa lausetta $p \wedge (\neg q)$.
3) Lause $\neg p \Rightarrow p \vee q$ tarkoittaa lausetta $(\neg p) \Rightarrow (p \vee q)$.
4) Lause $\neg(p \vee q \Rightarrow p \wedge q)$ tarkoittaa lausetta $\neg\big((p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)\big)$
5) Peräkkäisten konjunktioiden ja disjunktioiden väliset sulkumerkit voidaan jättää kirjoittamatta, siis $p \vee q \vee r$ ja $p \wedge q \wedge r \wedge s$ jne.

Esimerkki, totuustaulukon käyttö:

Tee yhdistetyn lauseen

$$\neg p \Rightarrow p \wedge q$$

totuustaulukko.
(taululla!)

p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$\neg p \Rightarrow p \wedge q$
1	1	0	1	1
1	0	0	0	1
0	1	1	0	0
0	0	1	0	0

Esimerkki, totuustaulukon käyttö:

Lyhyempi tapa on merkitä uusien lauseiden totuusarvot vastaavien konnektiivien alle, jolloin viimeksi suoritetun *ns.* ***pääkonnektiivin*** alle tulee koko lauseen totuusarvo. Siis, muodosta lauseen $\neg p \Rightarrow p \wedge q$ totuustaulukko. (Alin rivi kuvaa sarakkeiden syntymisjärjestystä.)

PÄÄKONNEKTIIVI

$\neg$	p	$\Rightarrow$	p	$\wedge$	q
0	1	**1**	1	1	1
0	1	**1**	1	0	0
1	0	**0**	0	0	1
1	0	**0**	0	0	0
2.	1.	**4.**	1.	3.	1.

Tämä on suositeltavin tapa molekyylilauseen totuusarvojen ratkaisemisessa.

Esimerkki, Riston matka Helsinkiin

Palataan vielä Riston Helsingin matkaan ja osoitetaan että lauseilla $p \wedge (q \vee r)$ ja $(p \wedge q) \vee r$ on eri totuusarvot

p	q	r	$q \vee r$	$p \wedge (q \vee r)$
1	1	1	1	1
1	1	0	1	1
1	0	1	1	1
1	0	0	0	0
0	1	1	1	0
0	1	0	1	0
0	0	1	1	0
0	0	0	0	0

p	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \vee r$
1	1	1	1	1
1	1	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	0	0	0
0	1	1	0	1
0	1	0	0	0
0	0	1	0	1
0	0	0	0	0

Huomautus Yleisesti, jos on n kappaletta atomilauseita, niin rivejä tarvitaan 2^n kappaletta. Yllä 3 eri atomilausetta → siis $2^3 = 8$ eri riviä.