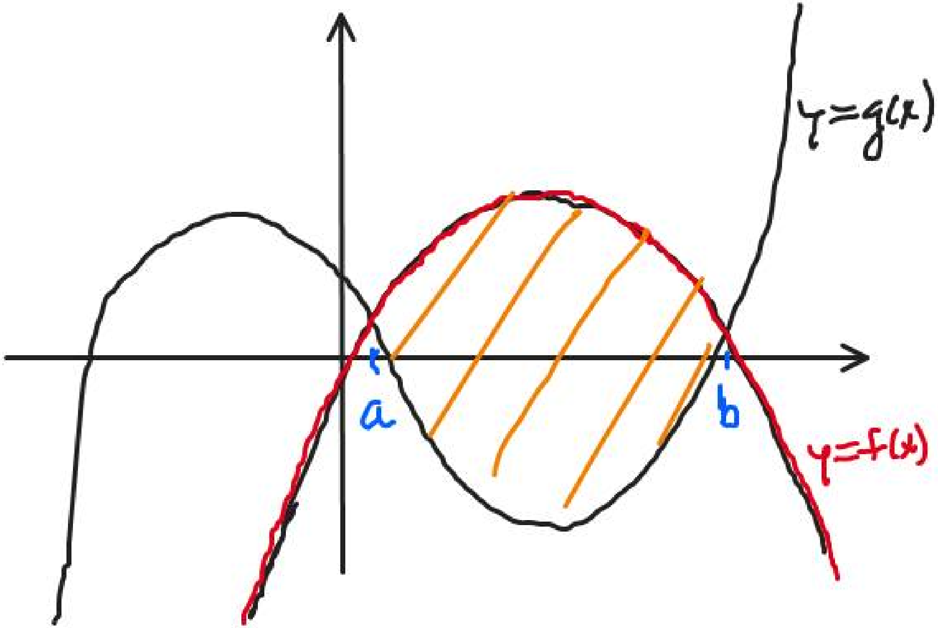
2. Kahden käyrän rajaama alue



Käyrät $y=f(x)$ ja $y=g(x)$ rajaavat alueen

integroimisrajat saadaan käyrien leikkauskohdista eli yhtälön $f(x)=g(x)$ ratkaisuista, joita merkitään $x=a$ ja $x=b$

välillä $[a,b]$ $f(x) \geq g(x)$ (f on g:n yläpuolella)

$$\Rightarrow \quad A = \int_a^b (f(x)-g(x))\,dx$$

Laske paraabelin $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 2$ ja suoran $y = \frac{1}{2}x + 1$ rajaaman alueen pinta-ala.

Integroimisrajat: $\overbrace{-\frac{1}{2}x^2 + x + 2}^{f(x)} = \overbrace{\frac{1}{2}x + 1}^{g(x)}$

$$-\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1 = 0 \quad | \cdot (-2)$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$x = \frac{+1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2} = \frac{+1 \pm 3}{2}$$

$x = -1$ tai $x = +2$

välillä $[-1, 2]$ $f(x) \geq g(x)$

$$\Rightarrow A = \int_{-1}^{2} (f(x) - g(x))\,dx = \int_{-1}^{2} \left(-\frac{1}{2}x^2 + x + 2 - \left(\frac{1}{2}x + 1\right)\right) dx$$

$$= \int_{-1}^{2} \left(-\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1\right) dx = \Big/_{-1}^{2} \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}x^2 + x\right)$$

$$= -\frac{1}{6} \cdot 8 + \frac{1}{4} \cdot 4 + 2 - \left(-\frac{1}{6} \cdot (-1) + \frac{1}{4} \cdot 1 - 1\right)$$

$$= 2\frac{1}{4}$$