Fysiikan ylioppilaskoe syksy 2018

Hyvän vastauksen piirteitä täydennettynä MAOL:n pisteytyssuosituksella

Yleiset ohjeet opettajan arvioinnin tueksi fysiikan pisteytykseen, syksy 2018

Nämä pisteytyssuositukset täydentävät YTL:n julkaisemia hyvän vastauksen piirteitä.
Lopullisessa arvostelussa käytettävistä kriteereistä päättää tutkintoaineen sensorikunta.

Tässä ohjeessa käytettyjen termien selitykset:
tehtävä = 15 pisteen tai 20 pisteen arvoinen kokonaisuus
osio = tehtävässä voi olla useita osioita, jotka merkitty numeroilla .1, .2, .3 jne.
virhetyyppi = yhden bulletin alla kuvatut virheet
KT = kerran tehtävässä

Jos tehtävään on annettu sekä oikea että väärä vastaus arvostellaan väärä vastaus (ei koske kopiointivirheitä).

Pienet virheet (esim. suureelle kopioitu väärä arvo, digitit vaihtaneet paikkaa, tmv.), jotka eivät vaikuta lopputuloksen suuruusluokkaan *-1p / virhe*
Jos sama virhe vaikuttaa useampaan vastaukseen, vähennys vain kerran tehtävässä

Graafinen esitys: (arvostellaan akselit *2p* , mittauspisteet *1p* ja malli/sovitus/tasoitus *2p*)
Virheet akseleissa:

- asteikko puuttuu (vaaditaan vähintään kaksi lukuarvoa tai maininta origosta) *ei pisteitä askeleista*
- Akselit väärin päin. *- 1p akselipisteistä*
- Suureen tunnus (nimi) tai yksikkö puuttuu akselilta. *- 1p akselipisteistä*

(Kumpi tahansa tai molemmat voi sijaita akselin päässä tai keskellä. Myös akseleilla yksikön kanssa esitetyt lukuarvot kelpaavat)

Virheet tasoituksessa/mallissa/sovituksessa:

- Graafinen tasoitus puuttuu tai on väärin. Pisteitä yhdistävä murtoviiva hyväksytään tasoitukseksi vain niin erikseen päätettäessä. *ei pisteitä tasoituksesta*
- Graafinen tasoitus vastaa pistejoukkoa huonosti (heikko graafinen tasoitus) *- 1p tasoituspisteistä*

Virheet mittauspisteissä:

- Mittauspiste puuttuu tai mittauspisteet eivät näy *- 1p mittauspistepisteistä*

Kuvan käytön yleistä arviointia:

- Kulmakerroin määritetty kahden mittauspisteen avulla *- 1p*
- Kuvasta luettavan arvon voi määrittää piirto-ohjelmalla tai käsin kuvankaappauksesta

Notaatiovirheet (määritelty alempana) kuvissa. *ei pistevähennyksiä*

Voimakuviot: (*5p* skaala)
Väärä voimakuvio: *0p voimakuviosta*

- Voimakuviosta puuttuu voima tai siinä on ylimääräisiä voimia (esim. kokonaisvoima)
- Yksi tai useampi voima on selvästi väärän suuntaan
- Nopeus- tai kiihtyvyysvektorit voidaan piirtää mukaan voimakuvioon, mutta niiden tulee olla kappaleesta irrallaan. Kappaleessa kiinni ollessa ne tulkitaan ylimääräisiksi voimiksi.

Voimien komponenttien piirtämisen virheet. => *-2p; max -2p*

- Voimille piirretty komponentit, jotka eivät erotu voimista (esim. katkoviiva tai eri väri on OK)

- Toinen komponentti puuttuu tai komponenttien vektorisumma poikkeaa selvästi voimavektorista

Pienet virheet => *-1p/virhetyyppi; max -2p*

- Voimien nimeäminen suuresymbolilla tai nimellä puuttuu. (Symbolin voi merkitä skalaarina tai vektorina, esim. F_μ, F_μ, $\mathbf{F}_\mu$, $\vec{F}_\mu$, $\overline{F}_\mu$, mutta voimakuvion sisällä kaikille voimille konsistentisti.)
- Voimien pituuksien suhteet selvästi väärin.
- Voimien vaikutuspisteet väärin. (Voimavektori voi alkaa tai päättyä voiman vaikutuspisteeseen ja kumpi tahansa hyväksytään riippumatta siitä onko kyse ”vetävästä” vai ”työntävästä” voimasta). Voimien momenttitasapainoa ei tarkasteta, ellei ole kyse momenttitehtävästä.

Sanalliset tehtävät:
Arvostelussa voidaan vähentää pisteitä myös vastauksen sekavan rakenteen tai paikkansa pitämättömien väitteiden esittämisen takia. Näistä päätetään tehtäväkohtaisesti. Suureiden esittämisen notaatiota (katso alle) ei arvostella syksyn 2018 kokeessa kunhan vastaus on yksikäsitteinen.

Laskennalliset tehtävät:
Arvosteltavia kohtia ovat seuraavat 5. Niiden pisteytys tehdään korjausohjeessa

1. Ratkaisun kannalta oleellisten fysiikan lakien nimeäminen

2. Lähtökohtana olevat suureyhtälöt

- Suureyhtälöiden puuttuminen tai fysiikan virheet suureyhtälöissä luetaan vääräksi suureyhtälöksi
- Jos osion kaikki laskut on tehty pelkästään lukuarvojen avulla ilman suureyhtälöitä, osiosta voi saada korkeintaan 50% osion pisteistä.

3. Kysytyn suureen suhteen ratkaistu suureyhtälö

- Suureyhtälöä ei ole ratkaistu kysytyn suureen suhteen *-1p/KT*
- Käytettyjen suureiden ja vakioiden arvot tai niiden yksiköt puuttuvat (voidaan antaa joko erikseen laadittuna luettelona/taulukkona, kuvankaappauksessa tai suureyhtälöön tehtyinä sijoituksina. Myös suureen tai vakion sanallinen yksilöinti kelpaa). *-1p/KT*

4. Annettu lopputulos

- Lopputuloksessa on ainakin kaksi merkitsevää numeroa liikaa tai ainakin yksi liian vähän. *-1p/KT*
- Laskuissa käytetty pyöristettyjä välituloksia siten, että lopputulos muuttuu *-1p/KT*
- Lopputuloksen yksikkö puuttuu *ei lopputuloksen pisteitä*

Kohtiin 2, 3 ja 4 liittyen

- Arvioitavan suureyhtälön tai lopputuloksen voi antaa kaavaeditorilla tehtynä lausekkeena (suositellaan ja arvostellaan ensisijaisesti), mutta se voi olla myös osa tekstiä tai laskimen kuvankaappausta.
- Jos arvioitavan suureyhtälön tai lopputuloksen voi notaatiovirheistä huolimatta tulkita olevan oikein, se luetaan oikeaksi. (Esimerkiksi *v2* voi yksikäsitteisesti tarkoittaa vain samaa kuin *2v*, sen sijaan *v*^2 luetaan tarkoittavan toista potenssia.)

5. Notaatio arvostellaan tehtäväkohtaisesti kokonaisuutena

Arvostelussa katsotaan vain lähtökohtana olevia ja ratkaistuja suureyhtälöitä ja ilmoitettua lopputulosta. Näiden kohdalla arvostellaan parhaiten standardin mukaista notaatiota noudattava lauseke (yleensä se, joka on tehty kaavaeditorilla).

Virheet jaetaan neljään tyyppiin:

- Virheet vektorimerkkien käytössä (lasketaan yhteen vektoreita ja skalaareita, $\vec{T}+\vec{G}=ma$, tmv.), ellei virhe ole aiheuttanut aiempaa pistevähennystä.
- Ei-standardin mukainen notaatio lausekkeissa esimerkiksi ala- tai yläindeksille, kerto- tai yhtäsuuruusmerkille tai jollekin muulla merkinnälle (esimerkiksi v^2 $\cancel{v\text{^}2}$, K_a $\cancel{K\_a}$ tai ab $\cancel{a*b}$).
- Pisteen käyttö desimaalierottimena lopputuloksissa. (Ei arvostella syksyn 2018 kokeessa)
- Symbolit eivät ole kursiivilla tai yksiköt ovat kursiivilla. (Ei arvostella syksyn 2018 kokeessa)

Pistevähennykset tehdään siten, että yksi virhetyyppi ei aiheuta pistemenetyksiä, kaksi tai kolme erilaista virhetyyppiä *-1p*. Jos kaikki neljä virhetyyppiä löytyvät saman tehtävän ratkaisusta *-2p*. Sillä, kuinka monta yksittäistä virhettä yhden virhetyypin sisällä on, ei ole merkitystä.

Ratkaisun kulun voi kirjoittaa vastauskenttään tai antaa kuvankaappauksena. Sen notaatiota tai suoritusvälinettä ei arvostella.

OSA I

1. Monivalintatehtäviä fysiikan eri osa-alueilta (20 p.)

1.1.	suuntautuu alaspäin	(2 p.)
1.2.	suuntautuu alaspäin	(2 p.)
1.3.	on nolla	(2 p.)
1.4.	paino (gravitaatiovoima)	(2 p.)
1.5.	2 (toinen vasemmalta)	(2 p.)

1.6. Kuva 2. Kuvassa ylimpänä oleva lamppu ei ole osa suljettua virtapiiriä, joten lamppu ei pala. Muut lamput ovat keskenään sarjassa ja niiden läpi kulkee yhtä suuri sähkövirta, joten ne palavat keskenään yhtä kirkkaasti. (5 p.)

1.7. Kuva 4. Kytkennässä oikean- ja vasemmanpuoleisen lampun läpi kulkee yhtä suuri sähkövirta kuin pariston läpi, joten nämä lamput palavat keskenään yhtä kirkkaasti. Keskimmäiset lamput on kytketty rinnan, joten kummankin lampun läpi kulkee puolet pariston sähkövirrasta. Keskimmäiset lamput palavat keskenään yhtä kirkkaasti, mutta himmeämmin kuin oikea ja vasen lamppu. (5 p.)

MAOL:n pisteytysehdotus**:**

1.6.

Kuva 2.	(2 p.)
Ylimpänä oleva lamppu ei ole (suljetussa) virtapiirissä.	(1 p.)
Muut lamput ovat sarjassa.	(1 p.)
Niiden läpi kulkee yhtä suuri sähkövirta.	(1 p.)
	(Yhteensä 5 p.)

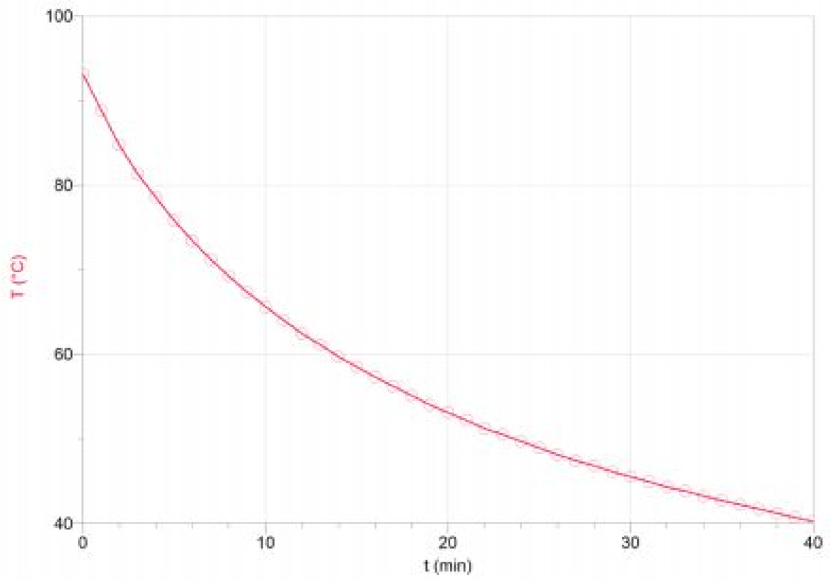
1.7.

Kuva 4.	(2 p.)
Reunimmaisten lamppujen läpi kulkee yhtä suuri sähkövirta.	(1 p.)
Keskimmäiset lamput on kytketty rinnan, joten sähkövirta jakaantuu.	(1 p.)
Ne palavat himmeämmin (kuin reunimmaiset lamput)	(1 p.)
	(Yhteensä 5 p.)

OSA II

2. ***Kahvin jäähtyminen (15 p.)***

2.1.



(5 p.)

Hyväksytään kuvaaja ohjelman tuottamassa muodossa, kunhan kuvaaja on riittävän sel-
keä.

MAOL:n pisteytysehdotus:

- Kuvaajan muoto (1 p.)
- Akselien nimet ja yksiköt (1 p. + 1 p.)
- Mittapisteet pitää näkyä (1 p.)
- Aika vaaka-akselilla, lämpötila pystyakselilla (1 p.)

Muita huomioita:

- Kuvaaja jatkuu negatiiviselle vaaka-akselin puolelle (esim. GeoGebralla) tehty käyrän sovitus ja ei ole laitettu alkamaan ajanhetkellä 0 min, ekstrapoloitu negatiiviselle puolelle (-1 p.)
- Kuvaajissa on jätetty tyhjä tila välille 0 °C - 40 °C, ei pistevähennyksiä
- Mittapisteisiin voidaan sovittaa käyrä tai murtoviiva, kun mittapisteet ovat lähellä toisiaan

2.2.

Oletetaan, että kahvin ominaislämpökapasiteetti on sama kuin vedellä, c = 4,1819 kJ/(kg·K).

Oletetaan, että kahvin tiheys on vakio ja sama kuin veden tiheys lämpötilassa 80 °C, $\rho = 0{,}97181\ \mathrm{kg/l}$ (taulukot).

Luetaan kuvaajasta kahvin lämpötilan muutos aikavälillä 2,5 min – 5,5 min:

$\Delta T = (83{,}0 - 74{,}6)\ °\mathrm{C} = 8{,}4\ °\mathrm{C} = 8{,}4\ \mathrm{K}$

Kahvin luovuttama lämpö:

$Q = cm\Delta T = c\rho V\Delta T$

$= 4{,}1819\ \mathrm{kJ/(kg{\cdot}K)} \cdot 0{,}97181\ \mathrm{kg/l} \cdot 0{,}192\ \mathrm{l} \cdot 8{,}4\ \mathrm{K}$

$= 6{,}5544389\ \mathrm{kJ} \approx 6{,}6\ \mathrm{kJ}$

(5 p.)

MAOL:n pisteytysehdotus:

- Kahvia mallinnetaan vetenä (1 p.)
- Lämpötilan muutos on luettu kuvaajasta (1 p.)
- Kahvin luovuttaman lämmön lauseke on esitetty (1 p.)
- Kahvin massa on kirjattu tai massa on määritelty tiheyden ja tilavuuden avulla (1 p.)
- Lopputulos oikein (1 p.)

Muita huomioita:

- Hyväksytään, jos tiheytenä on käytetty arvoa 1000 kg/m^3 ja ominaislämpökapasiteettina 4,19 kJ/(K*kg). Tällöin: $Q = 6{,}76\ldots\ \mathrm{kJ} \approx 6{,}8\ \mathrm{kJ}$
- Hyväksytään, jos kahvin tilavuus on muutettu suoraan massaksi, kun on ilmoitettu, että kahvia tarkastellaan vetenä.
- Hyväksytään, jos arvot luettu kuvaajan perusteella järkevästi.

2.3.

Jotta kahvi pysyisi vakiolämpötilassa, kahvia pitää lämmittää itseisarvoltaan yhtä suurella teholla kuin se, jolla lämpöä poistuu kahvista tässä lämpötilassa. Jäähtymisen teho

$P = \frac{Q}{\Delta t} = cm\frac{\Delta T}{\Delta t}$, joten hetkellinen jäähtymisteho on $P_i = cm\frac{dT_i}{dt_i}$, jossa $\frac{dT_i}{dt_i} = k_i$ on kuvaajalle pisteeseen (t_i, T_i) piirretyn tangentin kulmakerroin.

Kuvaajasta LoggerPro:lla määritettynä

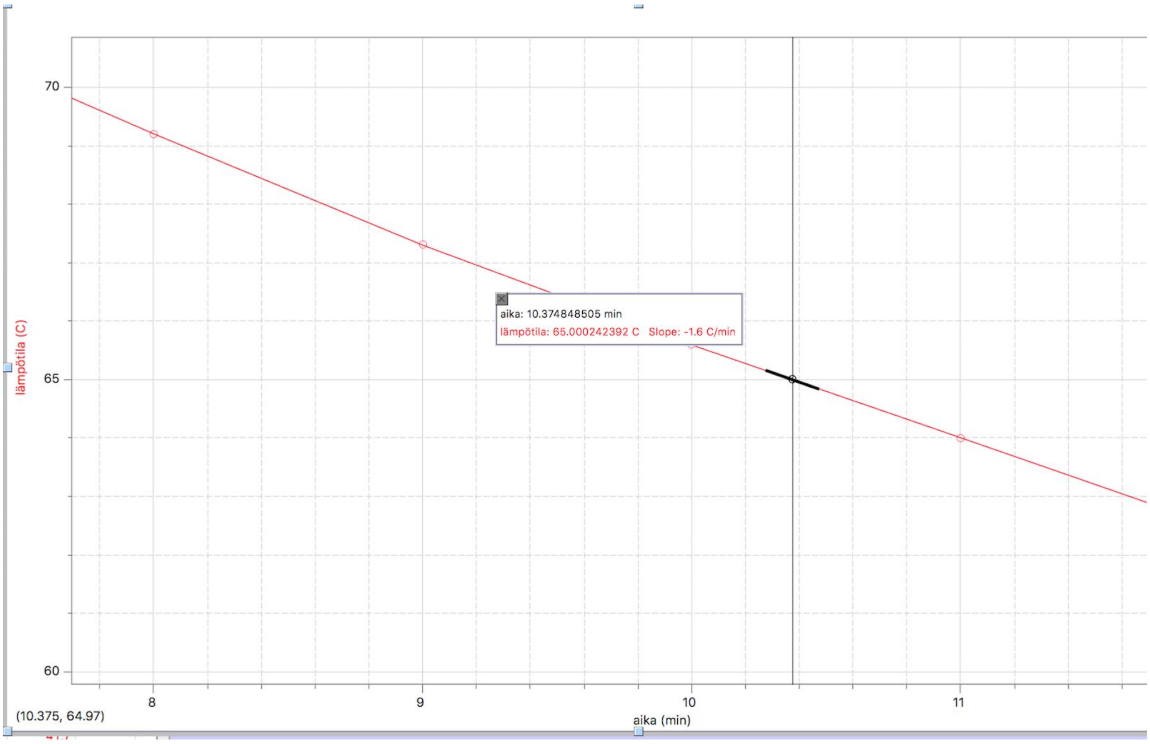
$\frac{dT_i}{dt_i} = -1{,}6\ °\text{C/min} = -0{,}02666\ldots\ \text{K/s}$

$$P_i = 4{,}1819\ \text{kJ/(kg·K)} \cdot 0{,}97181\ \text{kg/l} \cdot 0{,}192\text{l} \cdot (-0{,}02666\ldots\ \text{K/s}) = -0{,}0208077\ \text{kW}$$
$$\approx -21\ \text{W}$$

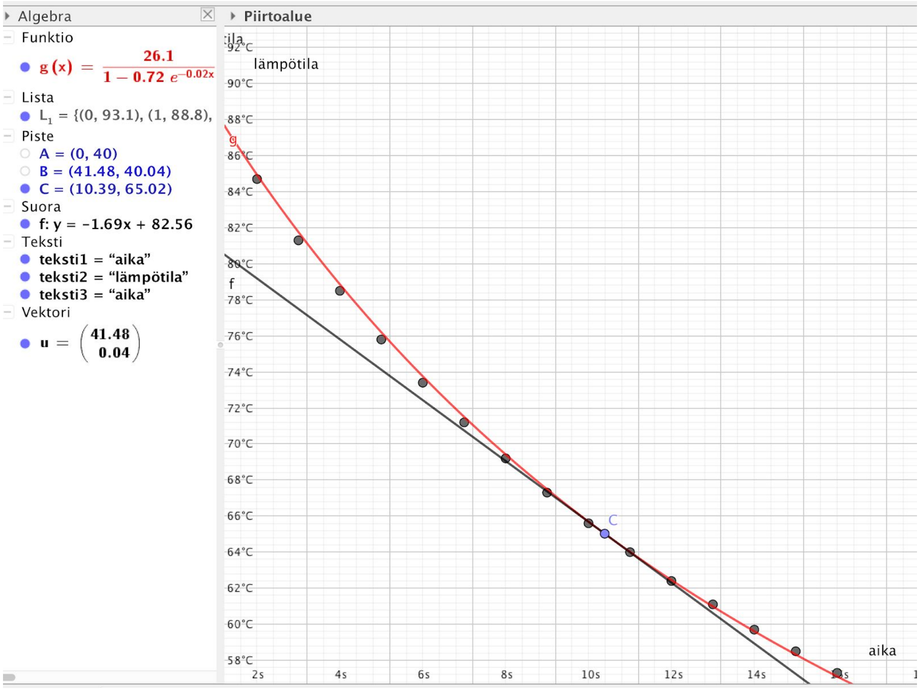
Vastaus: Kahvia pitää lämmittää 21 W teholla.

(5 p.)

MAOL:



GeoGebralla



Toisin:

Energian säilymisperiaatteen mukaan lämmittimestä kahviin siirtyvä energia on yhtä suuri kuin kahvista poistuva energia.

(1 p.)

$Q_{lämmitin} = Q_{kahvista\ poistuva}$

Kahvista poistuu energiaa teholla

$Q_{kahvista\ poistuva} = P_{jäähtyminen}\Delta t = cm\Delta T$

Lämmittimen pitää lämmittää samalla teholla kuin teho, jolla kahvi jäähtyy

(1 p.)

$cm\Delta T = P\,\Delta t$

(1 p.)

(t,T)-koordinaatiston kuvaajalle lämpötilalle 65 °C piirretyn tangentin fysikaalisesta kulmakertoimesta saadaan

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = -1{,}6\ \frac{°\mathrm{C}}{\mathrm{min}}$$

(1 p.)

Lämmitystehoksi tällöin

$P = \frac{cm\Delta T}{\Delta t} = \frac{c\rho V \Delta T}{\Delta t} =$

$$4190\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}\cdot 1{,}0\,\frac{\text{kg}}{\text{l}}\cdot 0{,}192\ \text{l}\cdot\left(-0{,}026667\ldots\frac{\text{K}}{\text{s}}\right) = -21{,}4474\ldots\ \text{W} \approx -21\ \text{W}$$

(1 p.)

Muita huomioita:

- Jos kulmakertoimessa ei ole muutettu aikaa sekunneiksi $\frac{\Delta T}{\Delta t} = -1{,}6\ \frac{°\text{C}}{\text{min}}$, jolloin tehoksi 1277 W
- Jos pistejoukkoon on sovittanut käyrän (Esim.LoggerPro tai GeoGebralla), hetkelliseksi lämpötilan muutosnopeudeksi saadaan 1,7 °C/min. Tällöin tulos on 22 W.

3. Tasavirtapiiri (15 p.)

3.1.

Virtapiiri on haarautumaton (jännitemittarin läpi ei kulje virtaa), joten virtamittarin läpi kulkee yhtä suuri virta kuin vastuksen Ra läpi. Näin ollen kaikilla nollasta poikkeavilla vastuksen napajännitteen U_a ja sähkövirran voimakkuuden I arvoilla pätee Ohmin lain mukaisesti

$$R_a = \frac{U_a}{I}.$$

(3 p.)

Kun $U_s = 5{,}00$ V, niin

$$R_a = \frac{2{,}62\ \text{V}}{0{,}0468\ \text{A}} \approx 56{,}0\ \Omega.$$

(2 p.)

MAOL:

Vastuksen *Ra* läpi kulkeva sähkövirta *I* on sama kuin virtamittarin näyttämä, koska virtapiiri on haarautumaton/virtapiiri on yksinkertainen/jännitemittarin läpi kulkee mitättömän pieni virta (perustelu vaaditaan, perustelun voi esittää eri tavoin)

(1 p.)

Jännitemittari näyttää vastuksen *Ra* jännitteen *U*, joten vastuksen resistanssi saadaan Ohmin laista

$$R_a = \frac{U}{I}$$

(2 p.)

Simulaatiosta nähdään, että jännite vastuksen päiden välillä on 2,62 V kun sähkövirta on 46,8 mA

(1 p.)

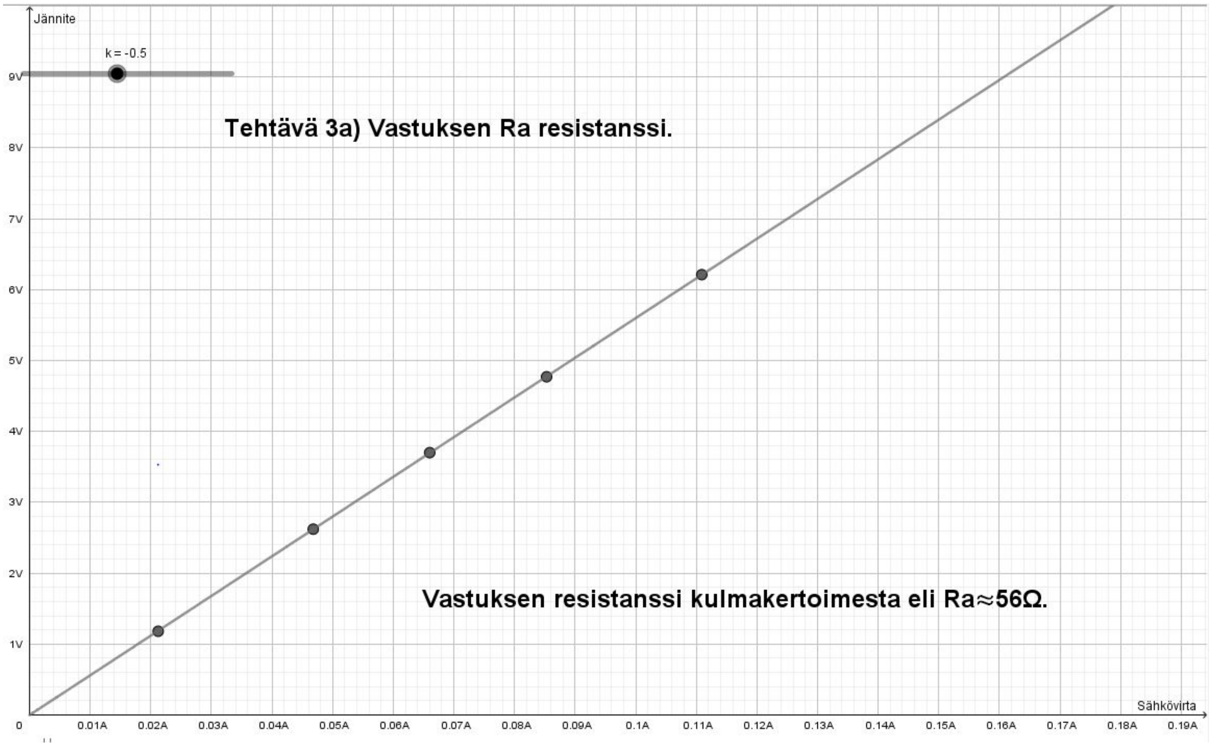
Resistanssi

$$R_a = \frac{2,62\,\mathrm{V}}{0,0468\,\mathrm{A}} = 55,98\,\Omega \approx 56\,\Omega$$

(1 p.)

Muita huomioita:

- Voi käyttää mitä tahansa ohjelmasta saatua jännite/sähkövirtaparia
- Voi ottaa useamman jännite-virtaparin ja piirtää kuvaajan (suora) ja määrittää sen kulmakertoimen, esim.:



- Hyväksytään vastaus väliltä 53 - 57 Ω (esim. 2 V säädöllä saadaan lukemiksi 0,47 V/ 8,8 mA, jolloin resistanssi on 53,409… Ω, pyöristettynä 53 Ω)
- Ei tarvita kuvakaappausta, riittää että selittää mistä arvot on saanut
- Jos käytetty ohjelma (esim. GG, jossa yleisesti pisteiden tarkkuus on määritelty kahdella desimaalilla) antaa hiukan erilaisen tuloksen, hyväksytään järkevästi määritetty vastaus

3.2.

Jännitelähde Us ja paristo Ux on kytketty vastakkaisiin suuntiin. Sähkövirta piirissä lakkaa kulkemasta, kun $U_s - U_x = 0$.

(2 p.)

Kokeilemalla havaitaan, että sähkövirta lakkaa, kun $U_s = 1{,}35$ V. Näin ollen pariston Ux
lähdejännite on myös 1,35 V.

(2 p.)

MAOL:

Tapa ratkaista kohdat 3.2 ja 3.3 yhdessä:
Kirchhoffin jännitelain mukaan potentiaalimuutosten summa on nolla kierrettäessä suljetun silmukan ympäri. Kierrettäessä vastapäivään jännitelähteen *Us* navalta:
$U_s - R_b I - U_x - R_a I = 0$

(2 p.)

Ratkaistaan jännite *Us*:
$U_s = R_b I + R_a I + U_x = (R_b + R_a) I + U_x$

Yhtälön kuvaaja on lineaarinen (*I,Us*) -koordinaatistossa. Lähdejännite *Ux* saadaan kuvaajaan sovitetun suoran vakiotermistä. Resistanssi *Rb* saadaan kulmakertoimesta vähentämällä *Ra*.

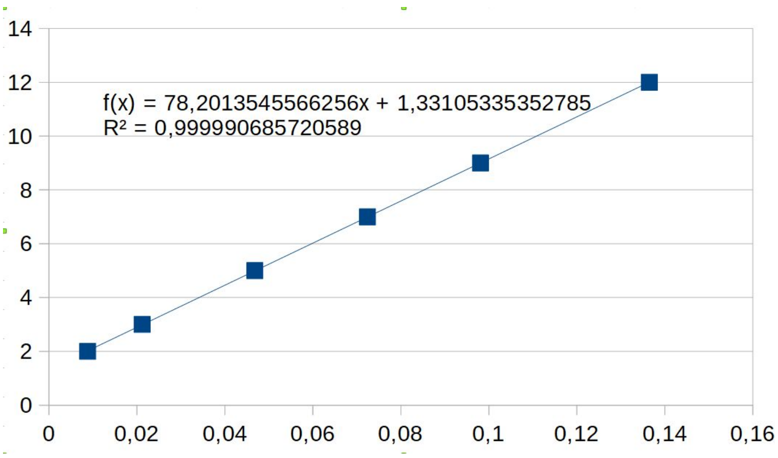
(2 p.)

Haetaan kokeilemalla muutamia jännite/sähkövirtapareja,

Us (V)	U (V)	I (mA)
2	0,47	8,8
3	1,18	21,2
5	2,62	46,8
7	4,06	72,4
9	5,49	98,1
12	7,65	136,5

(2 p.)

Piirretään (*I,Us*)-kuvaaja (LibreCalc)



(2 p.)

Lähdejännite *Ux* = 1,33 V.

Kulmakerroin $k = Rb + Ra$, mistä $Rb = k - Ra$ = 78,201... Ω - 55,98... Ω = 22,21... Ω = 22,2 Ω

(2 p.)

3.3.

Kirchhoffin jännitelain mukaan

$$U_s - IR_b - U_x - U_a = 0.$$

(2 p.)

$$R_b = \frac{U_s - U_x - U_a}{I}$$

(2 p.)

Kun $U_s = 5{,}00$ V, niin

$$R_b = \frac{5{,}00\ \mathrm{V} - 1{,}35\ \mathrm{V} - 2{,}62\ \mathrm{V}}{0{,}0468\ \mathrm{A}} = 22{,}0\ \Omega.$$

(2 p.)

Muita huomioita:

- Yhden pisteen avulla laskettu vastaus tehtävässä 3.3 riittää
- Kuvaajan avulla ratkaisuun vaaditaan vähintään kaksi mittapistettä simulaatiosta
- Jos *Rb*:n lauseke on ratkaistu väärin, mutta sijoitettu oikeat mittausarvot max 3 p.

4. Tukki pinoon (15 p.)

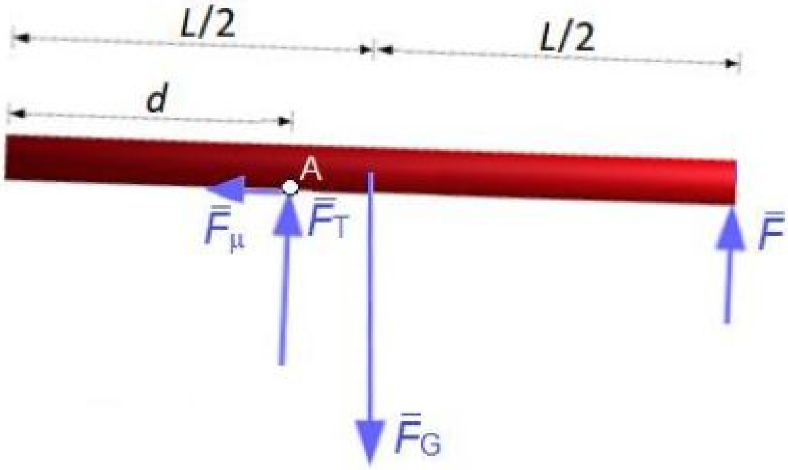
4.1.

Tukin pituus on $L = 3{,}5$ m ja halkaisija $D = 25$ cm sekä puun tiheyden taulukkoarvo $\rho = 520\ \mathrm{kg/m^3}$.

Tukin massa on $m = \rho(\pi D^2/4)L$ ja paino

$$F_G = mg = \rho\frac{\pi D^2}{4}Lg = 876{,}4\ \mathrm{N}.$$

Tukkiin vaikuttavat paino F_G, halkopinon aiheuttama tukivoima F_T ja kitkavoima F_μ sekä Konstan aiheuttama työntövoima F.



Tukin ja puupinon välinen kosketuspiste A sijaitsee etäisyydellä $d = 1{,}4$ m tukin vasemmanpuoleisesta päästä. Tasapainotilanteessa voimien momenttien summa kyseisen pisteen suhteen on nolla. Tuella ja kitkalla ei ole vartta eikä siis momenttiakaan A:n suhteen, joten henkilön työntövoiman momentin M on kompensoitava painon momentti M_G. Jälkimmäinen on itseisarvoltaan suurimmillaan, kun painon varsi on suurimmillaan eli kun tukki on jo (lähes) vaakasuorassa. Valitaan positiivinen kiertosuunta vastapäivään.

$M = F(L-d)$ ja $M_G = -F_G\left(\frac{L}{2}-d\right)$.

Momenttiehdosta $M + M_G = 0$ seuraa tällöin, että

$$F(L-d) - F_G\left(\frac{L}{2}-d\right) = 0$$

$$F = \frac{\frac{L}{2}-d}{L-d}F_G = \frac{\frac{1}{2}-\frac{d}{L}}{1-\frac{d}{L}}F_G = 146{,}1\ \mathrm{N} \approx 150\ \mathrm{N}.$$

(8 p.)

MAOL:n pisteytysehdotus:

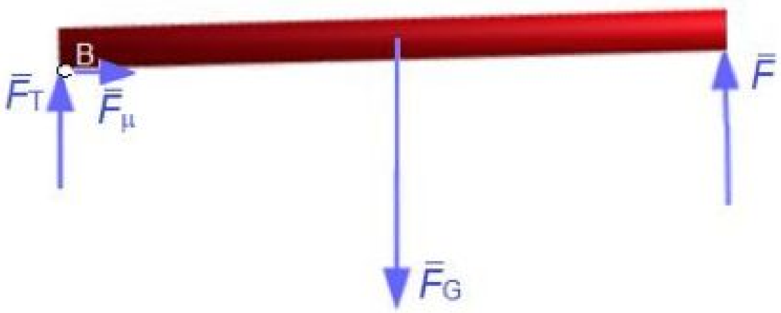
- Momenttipiste kuvassa tai sanallisesti selitettynä (1 p.)
- Kuva jossa näkyy paino, tukivoima ja Konstan voima (1 p.)
- Tukin paino 876,4 N (ymmärretty tiheys) (2 p.)
- Selitys miksi **kohtisuora** voima on suurimmillaan tukin ollessa vaakasuorassa (1 p.)
- Momenttiehto (1 p.)
- Voimavarret oikein (1 p.)
- Vastaus (1 p.)

Muita huomioita:

- Jos $\overrightarrow{F_\mu}$ ei mainittu eikä piirretty, ei pistevähennyksiä

4.2.

Käsittely etenee kuten kohdassa 4.1. paitsi, että tarkastellaan momentteja uuden kos-ketuspisteen B suhteen. Painon momentti on suurimmillaan, kun tukki on vielä (lähes) vaakasuorassa.



Nyt $M = FL$ ja $M_G = -F_G\frac{L}{2}$.

Momenttiehto $M + M_G = FL - F_G\frac{L}{2} = 0$.

$F = \frac{F_G}{2} = 438{,}2\text{ N} \approx 440\text{ N}.$

(7 p.)

MAOL:n pisteytysehdotus:

- Momenttipiste kuvassa tai sanallisesti selitettynä (1 p.)
- Kuva jossa näkyy paino, tukivoima ja Konstan voima (2 p.)
- Momenttiehto (2 p.)
- Voimavarret oikein (1 p.)
- Vastaus (1 p.)

Muita huomioita:

- Jos $\overrightarrow{F_\mu}$ ei mainittu eikä piirretty, ei pistevähennyksiä.

5. Seisovat ääniaallot (15 p.)

5.1.

Seisovassa ääniaallossa on paikallaan pysyviä amplitudiminimejä ja -maksimeja. Seisova ääniaalto syntyy, kun rajapintaa kohti tuleva ääni ja rajapinnasta heijastunut ääni interferoivat. Koska tulevalla ja heijastuneella äänellä on sama taajuus ja aallonpituus, niiden vaihe-ero on vakio. Näin rajapinnan edessä tietyissä kohdissa aallot aina vahvistavat toisiaan (amplitudimaksimi, konstruktiivinen interferenssi) ja toisissa kohdissa aallot aina sammuttavat toisensa (amplitudiminimi, destruktiivinen interferenssi). Maksimit ovat toisistaan puolen aallonpituuden etäisyydellä, samoin minimit.

(5 p.)

MAOL:
(Ääni on pitkittäinen aalto, mutta kuvan voi piirtää poikittaisena aaltona)

Pisteytysehdotus:

- Seisova aaltoliike syntyy, kun aaltoliike heijastuu rajapinnasta. (1 p.)
- Tuleva aaltoliike ja heijastunut aaltoliike interferoivat. (1 p.)
- Seisovassa aallossa on paikallaan pysyviä kupuja ja solmuja. (1 p.)
- Kupukohdissa aallot aina vahvistavat toisiansa ja solmukohdissa heikentävät toisiansa. (1 p.)
- Peräkkäisten solmujen tai peräkkäisten kupujen välinen etäisyys on 1/2 aallonpituutta. (1 p.)

5.2.

Putken avoimet päädyt ovat rajapintoja, joista osa putken sisältä tulevasta äänestä heijastuu takaisin putken sisään. Äänen aallonpituuksilla $2L/N$, jossa L on putken pituus ja N=1, 2, 3..., putkeen syntyy seisova aaltoliike, jossa putken päissä ovat äänen liikemaksimit (paineminimit) ja putken sisällä on N painemaksimia. Näitä aallonpituuksia vastaavilla taajuuksilla ilmenee resonanssi, joka saa putken sisällä olevan ilmapatsaan värähtelemään voimakkaasti. Tämä kuullaan äänen voimistumisena. Ääniraudan taajuus on sama kuin alin resonanssitaajuus, jota vastaa aallonpituus $2L$.

(5 p.)

MAOL:n pisteytysehdotus:

- Selitetty tai esitetty kuvan avulla seisovan aaltoliikkeen synty putkeen. Kuvut (liikemaksimit) putken päissä. (2 p.)
- Taajuuden ja aallonpituuden välinen riippuvuus (aallonpituus = $2L$) (1 p.)
- Edellä mainituilla aallonpituuksilla ääni resonoi ja vahvistuu (2 p.)

Muita huomioita:

- Vastauksessa voi olla myös esitetty resonanssitaajuudet $f_1, 2f_1, 3f_1 \ldots$
- Vastauksessa voidaan käyttää myös kuvia sekä laskuja, esim. resonanssitaajuuksien ja aallonpituuksien yhteys:

-Koska aaltoliikkeen nopeus ei muutu, aallonpituuksia vastaavat resonanssitaajuudet ovat perustaajuus

$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{2L}$$

ensimmäinen ylätaajuus

$$f_2 = \frac{v}{L} = 2f_1$$

toinen ylätaajuus

$$f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = \frac{v}{\frac{2}{3}L} = 3f_1$$

ja jne….

5.3.

Kun putken toinen pää tukitaan, tukittuun päähän syntyy aina painemaksimi. Tällöin resonanssitaajuuksia vastaavat aallonpituudet ovat $\lambda_1 = 4L, \lambda_2 = \frac{4L}{3}, \lambda_3 = \frac{4L}{5}$ jne. Aallonpituutta $2L$ vastaava taajuus ei ole resonanssitaajuuksien joukossa, joten ääniraudan ääni ei vahvistu.

(5 p.)

MAOL:n pisteytysehdotus:

- Jotta putkeen syntyisi seisova aaltoliike, avoimeen päähän pitäisi syntyä kupu ja suljettuun päähän solmu tai esitetty kuvana (2 p.)
- Taajuuden ja aallonpituuden välinen riippuvuus (aallonpituus = $4L$) (1 p.)
- Aallonpituuksia vastaavat taajuudet eivät ole resonanssitaajuuksia, joten ääni ei voimistu. (2 p.)

Muita huomioita:
HUOM! Kaikissa kohdissa yksittäiset lauseet tai sanat kuten ”interferenssi” tai ”aallot interferoivat” eivät tuota pisteitä, vaan niiden täytyy olla osa kokonaisuutta.

6. Valon taittuminen (15 p.)

6.1.

Kun valo taittuu ilmasta akryyliin,
valon aallonpituus pienenee, (2 p.)
valon nopeus pienenee ja (2 p.)
valon taajuus pysyy samana. (2 p.)

MAOL:

- valintatehtävä, ei kommentteja (2 p./kohta)

6.2.

Snellin laki: $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$, jossa $\alpha_1$ja α_2 ovat säteen ja pinnan normaalin väliset kulmat aineessa 1 ja 2 ja n_1 ja n_2 ovat aineiden 1 ja 2 taitekertoimet.

Vihreälle valolle taitekertoimet ovat:
akryyli $n_a = 1{,}507$, vesi $n_v = 1{,}335$, ilma $n_i = 1{,}000$.

Tulokulma ilmassa: $\alpha_1 = 52°$

Taitekulma akryylissa: $\alpha_a = \arcsin\left(\frac{n_i}{n_a} \cdot \sin\alpha_i\right) = 31{,}527° \approx 32°$

Taitekulma vedessä: $\alpha_v = \arcsin\left(\frac{n_a}{n_v} \cdot \sin\alpha_a\right) = 36{,}176° \approx 36°$

(5 p.)

MAOL:n pisteytysehdotus:

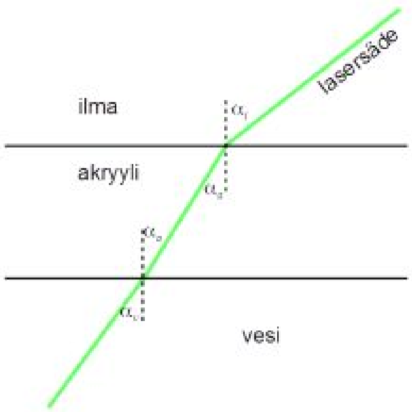
- Snellin lain tai Snelliuksen lain tai taittumislain mukaisesti. (1 p.)
- Lain lauseke (1 p.)
- Taitekertoimet (1 p.)
- Sijoitukset vastauksineen (2 p.)

Muita huomioita:

- Vihreän valon taitekerroin sarakkeesta E (MAOL) sekä akryylille että vedelle
- Jos taitekertoimet haettu erivärisele valolle (-1 p.), jos virheellisillä arvoilla laskettu jatkossa oikein, ei pistemenetyksiä lopputehtävän ratkaisusta
- Käytetty liian epätarkaksi pyöristettyä arvoa: ks. yleisohje

6.3.

Oheisen kuvan ja Snellin lain mukaisesti: $\frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha_a} = \frac{n_a}{n_i}$ ja $\frac{\sin \alpha_a}{\sin \alpha_v} = \frac{n_v}{n_a}$.



Kerrotaan yhtälöt puolittain: $\frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha_a} \cdot \frac{\sin \alpha_a}{\sin \alpha_v} = \frac{n_a}{n_i} \cdot \frac{n_v}{n_a} \Rightarrow \frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha_v} = \frac{n_v}{n_i}$

Tämä on sama laki kuin valon tullessa suoraan ilmasta veteen. Näin ollen taitekulma vedessä ei muutu, kun akryylilevy poistetaan.

(3 p.)

Samaan lakiin päädytään riippumatta siitä, mikä on ilman ja veden välissä olevan levyn taitekerroin. Näin ollen taitekulma vedessä ei muutu, vaikka levyn materiaali vaihdetaan.

(1 p.)

MAOL:n pisteytysehdotus:

- Snellin laki käytettynä kahdessa rajapinnassa (1 p.)
- Kaavan johtaminen oikein (1 p.)
- Perustelu veteen tullessa taitekulma ei muutu vaikka levy poistetaan (1 p.)
- Sekä todettu ettei taitekulma muutu, vaikka levyn materiaali vaihdetaan (1 p.)

Muita huomioita:
Jos todettu ilman kaavan johtoa, että taajuus säilyy rajapinnassa, nopeus on väliaineesta riippuva aineen ominaisuus. Aallonpituus vedessä on sama kappaleesta riippumatta (aaltoliikkeen perusyhtälö $v = f\lambda$), jolloin todettu, ettei taitekulma muutu max. 2 p.

7. Radioaktiivisuus (15 p.)

7.1.

Voyager-luotaimessa lämpöenergia muutetaan sähköenergiaksi lämpösähköisen ilmiön avulla.

Energia syntyy hajoamisrektiossa

$^{238}\mathrm{Pu} \rightarrow {}^{234}\mathrm{U} + {}^{4}\mathrm{He}$ (3 p.)

MAOL:n pisteytysehdotus:

- Hajoamisreaktio on tunnistettu alfahajoamiseksi (1 p.)
- Alkuaineet oikein (He / α) (1 p.)
- Massaluvut oikein (1 p.)

Muita huomioita:
- Sähkövarauksien merkintöjä ei vastauksessa tarvitse olla.

$$^{238}\mathrm{Pu} \rightarrow {}^{234}\mathrm{U} + \alpha$$

7.2.

Yhden ytimen hajotessa syntyy massakadon verran energiaa.

Isotooppien massat ovat: $M_{\mathrm{Pu}} = 238{,}049553$ u, $M_{\mathrm{U}} = 234{,}040946$ u ja $M_{\mathrm{He}} = 4{,}0026033$ u.

$$Q = (M_{\mathrm{Pu}} - M_{\mathrm{U}} - M_{\mathrm{He}})c^2 \approx 5{,}5924 \text{ MeV}$$

(4 p.)

MAOL:n pisteytysehdotus:

- Energia syntyy massan muutoksesta sanallisena perusteluna (1 p.)
- Energian ja massan välinen yhteys matemaattisena lausekkeena (1 p.)
- Isotooppien massat on luettu taulukosta (1 p.)
- Lopputulos oikein (1 p.)

7.3.

Aktiivisuus pienenee ajan kuluessa $A = A_0 e^{-\lambda t}$, missä $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$.

(1 p.)

Aktiivisuus saadaan aktiivisten ytimien lukumäärä avulla $A_0 = \lambda N_0$, missä $N_0 = \frac{m}{M_{\mathrm{Pu}}}$.

Aktiivisuus alussa oli $A_0 = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \frac{m}{M_{\mathrm{Pu}}}$, missä $m =$ 13 kg, $M_{\mathrm{Pu}} = 238{,}049553$ u,
$1\ \mathrm{u} = 1{,}660539 \cdot 10^{-27}$ kg, $T_{1/2} = 87{,}7$ vuotta ja 1 vuosi $= 365 \cdot 24 \cdot 3600$ s.
Fysiikan ylioppilaskoe pidetään syyskuussa 2018. Luotain laukaistiin syyskuussa 1977. Luotaimen laukaisusta on siis $t = 41$ vuotta.

Aktiivisuus nyt on $A = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \frac{m}{M_{\mathrm{Pu}}} e^{-\lambda t} \approx 6{,}0 \cdot 10^{15}$ Bq.

(4 p.)

MAOL:n pisteytysehdotus:

Kaavat ja niiden käyttö $A = A_0 e^{-\lambda t}$ ja $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}}$

(1 p.)

Kaavat ja niiden käyttö $A_0 = \lambda N_0$ ja $N_0 = \frac{m}{M} N_A$

(1 p.)

t = (41 + 20/365) a (käy myös *t*=41 a) ja puoliintumisaika = 87,7 a

(1 p.)

Kaava ja vastaus

$$A = A_0 e^{-\lambda t} = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

$$= \lambda \frac{m}{M} N_A e^{-\frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} t} = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} \frac{m}{M} N_A e^{-\frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} t} \left(= \frac{\ln 2}{87{,}7 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600\ \mathrm{s}} \frac{13000\ \mathrm{g}}{238{,}049533\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}} \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \frac{1}{\mathrm{mol}} e^{-\frac{\ln 2}{87{,}7\ (a)} \cdot 41{,}0547\ \mathrm{a}} \right) =$$
$$5{,}958... \cdot 10^{15}\ \mathrm{Bq} \approx 6{,}0 \cdot 10^{15}\ \mathrm{Bq}$$

(2 p.)

7.4.

Reaktorissa vapautuva energia aikayksikössä on reaktorin lämpöteho $P_L = QA_0$ ja sähköteho $P_s = \eta QA_0$.

Hyötysuhde $\eta = 0{,}065$. Otetaan $Q = 5{,}5924$ MeV kohdasta 7.2. ja lasketaan aktiivisuus

$A_0 = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \frac{m}{M_{Pu}} = 8{,}242257 \cdot 10^{15}$ Bq.

$P_s = \eta(M_{Pu} - M_U - M_\alpha)c^2 \frac{m \ln 2}{M_{Pu} T_{1/2}} \approx 480$ W.

(3 p.)

MAOL:n pisteytysehdotus:

- Teho on ilmoitettu aktiivisuuden avulla (1 p.)
- Laskettu sähkötehoa eli hyötysuhde huomioitu (1 p.)
- Lopputulos oikein (1 p.)

TAPA 2 Luotaimen hyötysuhde

$$\eta = \frac{E_a}{E_o} = \frac{P\Delta t}{NQ}$$

(1 p.)

missä Q on reaktiossa alkuhetkellä vapautuva energia, N on hajonneiden ytimien määrä aikavälillä Δt ja P on generaattorin sähköteho. Tällöin

$$P = \frac{\eta QN}{\Delta t} = \eta QA_0$$

(1 p.)

$$P = \frac{\eta QN}{\Delta t} = \eta QA_0 = \eta QA_0 \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} \frac{m}{M} = \eta \left(M_{Pu} - M_U - M_\alpha\right) c^2 \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} \frac{m}{M} =$$

$$0{,}065 \cdot (238{,}049553 - 234{,}040946 - 4{,}0026033) \cdot 1{,}6605655 \cdot 10^{-27} \text{kg} \cdot \left(2{,}99792458 \cdot 10^8 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \cdot$$

$$\frac{\ln 2}{87{,}7 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} \frac{13 \text{ kg}}{238{,}040496 \cdot 1{,}6605655 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 480{,}048... \text{ W} \approx 480 \text{ W}$$

(1 p.)

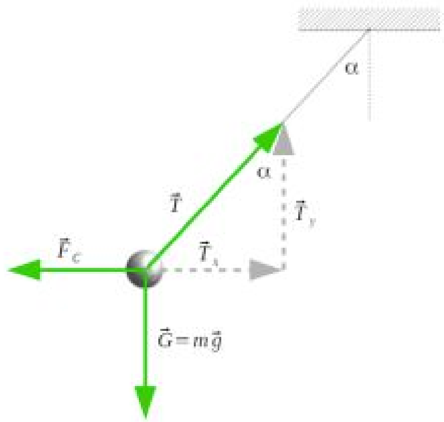
8. Nauhageneraattori (15 p.)

Kuvun säde:	$R = (32{,}0/2)\ \text{cm} = 0{,}160\ \text{m}$
Pallon säde:	$r = 0{,}020\ \text{m}$
Kuvun ja pallon keskipisteiden etäisyys:	$d = 15{,}0\ \text{cm} + 16{,}0\ \text{cm} = 0{,}310\ \text{m}$
Kuvun varaus:	Q
Pallon varaus:	q
Pallon massa:	$m = 0{,}0027\ \text{kg}$
Ripustuslangan kulma:	$\alpha = 43°$

Kuvun potentiaali on $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}$, josta saadaan kuvun varaukseksi $Q = 4\pi\varepsilon_0 VR$.
Kun pallo ja kupu ovat koskettaneet, niillä on sama potentiaali, joten pallon varaus $q = 4\pi\varepsilon_0 Vr$.

(2 p.)

Voimakuviosta:
N II: $\sum \vec{F} = \vec{0}$
$\vec{F}_C + \vec{G} + \vec{T} = \vec{0}$



(5 p.)

$\tan\alpha = \frac{T_x}{T_y} = \frac{F_C}{mg} \Rightarrow F_C = mg\tan\alpha$

Kuvun palloon kohdistama voima saadaan myös Coulombin laista:
$F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{d^2} = mg\tan\alpha$

(4 p.)

Sijoitetaan kuvun ja johdepallon varausten lausekkeet:

$$\frac{(4\pi\varepsilon_0)^2 V^2 Rr}{4\pi\varepsilon_0 d^2} = mg\tan\alpha$$

$$V = \sqrt{\frac{d^2 mg\tan\alpha}{4\pi\varepsilon_0 Rr}} = \sqrt{k\cdot\frac{d^2 mg\tan\alpha}{Rr}}$$

(2 p.)

$$V = \sqrt{\frac{8{,}987551787\cdot 10^9\,\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{C}^2}\cdot(0{,}31\ \mathrm{m})^2\cdot 0{,}0027\ \mathrm{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot\tan 43°}{0{,}160\ \mathrm{m}\cdot 0{,}02\ \mathrm{m}}}$$

$$V = 81649{,}16\ \mathrm{V} \approx 82\ \mathrm{kV}$$

(2 p.)

MAOL:
Mitta d on määritettävä kuvasta (!), jolloin hyväksyttävät arvot välillä 0,30 m – 0,32 m tai jopa suuremmalla välillä, jos perusteltu järkevästi. Laskettu pelkkänä kaavana ilman *d*:n numeerista arvoa riittää.

N II: Tarkastellaan x- ja y-suunta erikseen skalaariyhtälöparina voimakuviosta:

$$\Sigma F_x = T_x - F_C = 0$$

$$\Sigma F_y = T_y - G = 0$$

Trigonometrisesti:

$$T\sin\alpha = F_C$$

$$T\cos\alpha = G = mg$$

jakamalla puolittain

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{F_C}{mg}$$

$$\tan\alpha = \frac{F_C}{mg}$$ ...

Pisteytysehdotus:

Varaus $Q = 4\pi\varepsilon_0 VR$

(1 p.)

Sama potentiaali ja varaus

(1 p.)

Voimakuvio

(2 p.)

Newton II

(1 p.)

Voimakolmiota tai komponenttijaosta lauseke

$$\tan\alpha = \frac{F_C}{mg}$$

(2 p.)

Coulombin laki ja yhtälö

$$F_C = k\frac{Qq}{d^2} = mg\tan\alpha$$

(2 p.)

Yhtälöiden yhdistäminen

(2 p.)

Sijoitetaan varausten lausekkeet

$$\frac{k^2V^2Rr}{kd^2} = mg\tan\alpha$$

(1 p.)

Lauseke potentiaalille

$$V = \sqrt{\frac{kd^2mg\tan\alpha}{Rr}}$$

(3 p.)

Muita huomioita:

- Potentiaalin arvot ovat järkevän laskun perusteella välillä 79 kV - 84 kV (*d*: 30 cm - 32 cm), mutta mahdollisen laskun tulosta ei huomioida pisteytyksessä.

OSA III

9. Kissakosken voimalaitos (20 p.)

9.1.

Voimalaitoksen ylävesiallas täyttyy veden kiertokulun takia. Voimalaitoksen ylävesialtaassa olevalla vedellä on potentiaalienergiaa. Veden siirtyessä virtaamaan tulokanavaan sen energia muuttuu liike-energiaksi. (2 p.)

Turbiinin läpi kulkevan veden suoraviivaisen liikkeen liike-energia muuttuu turbiinin siipien pyörimisliikkeen liike-energiaksi. Turbiini pyörittää samalle akselille kiinnitettyä generaattoria, joka muuttaa energian sähköenergiaksi. (3 p.)

MAOL:n pisteytysehdotus:

TAPA 1:
Veden potentiaalienergia yläaltaassa → veden liike-energia (2 p.)
→ turbiinin (generaattorin käämin) liike-energia → sähköenergia (3 p.)

(5 p.)

TAPA 2:

- Ylävesialtaassa on patoutuneella vedellä potentiaalienergiaa (1 p.)
- Vesi virtaa tulokanavaa pitkin, jolloin veden potentiaalienergia muuttuu veden liike-energiaksi (1 p.)
- Virtaavan veden liike-energia muuttuu turbiinin liike-energiaksi (1 p.)
- Turbiinin liike-energia muuttuu generaattorissa sähköenergiaksi (2 p.)

9.2.

Generaattorin toiminta perustuu sähkömagneettiseen induktioon. Generaattorissa johdinsilmukka pyörii magneettikentässä, jolloin silmukkaan indusoituu jännite. (3 p.)

MAOL:n pisteytysehdotus:

- Generaattorissa johdinsilmukka pyörii magneettikentässä (tai magneetti ympärillä olevien johdinsilmukoihin nähden) (1 p.)
- Johdinsilmukan läpäisevä magneettivuo muuttuu (1 p.)
- Muuttuva magneettivuo indusoi jännitteen johdinsilmukkaan (1 p.)

9.3.

Vaihtojännitettä kuvataan taajuudella ja jännitteen tehollisarvolla, toisinaan myös jännitteen huippuarvolla. (2 p.)

Jännitteen tehollisarvo ja huippuarvo ovat suoraan verrannollisia käytetyn magneettikentän magneettivuon tiheyteen, silmukan pinta-alaan, siinä olevien kierrosten lukumäärään ja käämin kulmanopeuteen. (3 p.)

Käämin kulmanopeus (pyörimisnopeus) määrittää myös vaihtojännitteen taajuuden, joka Suomessa on 50 Hz. Kun kulmanopeus on vakio, vaihtojännitteestä tulee sinifunktion muotoinen. Tällöin jännitteen huippuarvon ja tehollisarvon suhde on $\sqrt{2}$. (2 p.)

MAOL:

TAPA 1:
Generaattorin tuottama vaihtojännitettä kuvataan taajuudella, jännitteen huippuarvolla (2 p.)
Generaattoriin indusoitunut jännite
$e = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N\frac{\Delta BA}{\Delta t}$ ja toisaalta $u = u_0 \sin(2\pi f t)$
Generaattorin tuottamaan vaihtojännitteeseen vaikuttaa

- käämien kierrosten lukumäärä (1 p.)
- generaattorin pyörimistaajuus (1 p.)
- generaattorin magneettien magneettivuon tiheys (1 p.)
- käämien poikkipinta-ala (1 p.)

Käämi pyörii generaattorissa ja siitä syntyvä jännite on jaksottaista (1 p.)

TAPA 2:
Vaihtojännitettä kuvaavat suureet: jännite (tehollinen tai huippu), taajuus.

(2 p.)

Generaattorin jännite ($E_{huippu} = NBA\,\omega = NBA\,2\pi f$) riippuu magneettivuon tiheydestä B, käämin pinta-alasta *A* ja kierrosluvusta *N*, sekä käämin kulmanopeudesta (kierrostaajuudesta).

(3 p.)

Käämin kulmanopeus määrää vaihtojännitteen taajuuden.

(1 p.)

Käämi pyörii generaattorissa siitä syntyvä jännite on jaksottaista.

(1p.)

(yht. 7 p.)

9.4.

Teho on tehty työ aikayksikössä $P = W/\Delta t$.
Veden pudotessa alaspäin matkan h painovoima tekee työn $W = mgh = V\rho gh$.

Taulusta löytyy tieto putouskorkeudesta $h = 5$ m ja virtauksen suuruudesta $\Delta V/\Delta t = 25{,}7\ \mathrm{m^3/s}$. Arviossa voidaan käyttää myös rakennusvirtaamaa.

$P = \rho gh\, V/\Delta t = 1000\ \mathrm{kgm^3} \cdot 9{,}8\ \mathrm{m/s^2} \cdot 5\ \mathrm{m} \cdot 25{,}7\ \mathrm{m^3/s} \approx 1{,}3\ \mathrm{MW}$

(5 p.)

MAOL:n pisteytysehdotus:
Voimalaitoksen teho tulee veden potentiaalienergian muutoksesta

$$P = \frac{E_p}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{\rho V gh}{\Delta t} = \rho gh\frac{V}{\Delta t}$$

(3 p.)

missä $\dfrac{V}{\Delta t}$ on veden virtaama = 25,7 m³/s, *h* putouskorkeus = 5 m
Saadaan tehoksi

(1 p.)

$$P = \frac{E_p}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{\rho V gh}{\Delta t} = \rho gh\frac{V}{\Delta t} = 1000\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}} 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}} \cdot 5{,}0\ \mathrm{m}\ \cdot 25{,}7\ \frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{s}} = 1260585\ \mathrm{W}\ \approx 1{,}3\ \mathrm{MW}$$

Huom! Hyväksytään myös vastaus 1 MW

(1 p.)

10. Tähdet ja avaruus (20 p.)

10.1.

Gravitaatiovoima aiheuttaa tähdelle normaalikiihtyvyyden.

N II: $F = ma_n = m\frac{v^2}{r}$ gravitaatiovoima $F = \gamma\frac{mM_0}{r^2}$

(3 p.)

$m\frac{v^2}{r} = \gamma\frac{mM_0}{r^2} \Rightarrow v^2 = \gamma\frac{M_0}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{\gamma M_0}{r}}$

(3 p.)

MAOL:n pisteytysehdotus:

- Gravitaatiovoima aiheuttaa kiihtyvyyden (1 p.)
- NII ja gravitaatiolaki (2 p.)
- Gravitaatiovoima = massa kertaa normaalikiihtyvyys (2 p.)
- Nopeuden lauseke (1 p.)

10.2.

10.1. kohdasta saadaan, että

$v^2 = \gamma\frac{M(r)}{r} \Rightarrow M(r) = \frac{v^2}{\gamma}r,$

jossa v on mittaustuloksista saatava vakio $v \approx 150$ km/s.

Laki pätee kirkkaana näkyvän osan rajalla: $M_0 = \frac{v^2}{\gamma}r_0 \Rightarrow \frac{v^2}{\gamma} = \frac{M_0}{r_0},$

joten massan riippuvuus säteestä voidaan ilmaista myös $M(r) = \frac{M_0}{r_0}r.$

(4 p.)

MAOL:n pisteytysehdotus:

- Massan lauseke (2 p.)
- Massa = vakio kertaa säde (2 p.)

Muita huomiota:

- Vaihtoehtoisesti
  10.1 kohdasta saadaan ehto
  $$m\frac{v^2}{r} = \gamma\frac{mM(r)}{r^2}$$
  josta
  $$M(r) = \frac{v^2}{\gamma}r$$
  (2 p.)
  Koska nopeus on vakio, kun $r > r_0$, saadaan

$$M = \frac{v^2}{\gamma} r = \frac{\left(150000\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{6{,}67384 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{kg^{-1}m^3s^2}} r = 3{,}4 \cdot 10^{20}\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}} \cdot r$$ (2 p.)

10.3.

Kohdassa 10.1. saatu tulos ennustaa, että jos galaksin massasta suurin osa on kirkkaana näkyvässä osassa, tähtien kiertonopeuksien pitäisi olla kirkkaana näkyvän osan ulkopuolella kääntäen verrannollisia galaksin keskustasta mitatun etäisyyden neliöjuureen, $v \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$. Näin ei mittaustulosten perusteella ole. (2 p.)

Kohdassa 10.2. saatu mittaustuloksiin perustuva massajakautuma ei voi aiheutua kirkkaana näkyvän osan ulkopuolella kiertävistä tähdistä, koska niitä on hyvin harvassa. (2 p.)

Näin ollen galaksiin täytyy tähtien lisäksi kuulua pimeää ainetta.

Galaksin kokonaismassa M_{tot} on vähintään etäisyydellä $r = 30$ kpc kiertävän tähden radan sisään jäävä massa.

$$M(r) = \frac{v^2}{\gamma} r \Rightarrow$$

$M_{\mathrm{tot}} = \frac{(150000\ \mathrm{m/s})^2}{6{,}67384 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3kg^{-1}s^2}} \cdot 30000 \cdot 3{,}08568 \cdot 10^{16}\ \mathrm{m} = 3{,}12089 \cdot 10^{41}\ \mathrm{kg} \approx 3{,}1 \cdot 10^{41}\ \mathrm{kg}$

(3 p.)

Toisaalta

$$M_{\mathrm{tot}} = \frac{M_0}{6\ \mathrm{kpc}} \cdot 30\ \mathrm{kpc} = 5M_0 \Rightarrow M_0 = 0{,}2M_{\mathrm{tot}}$$

Galaksin kirkkaana näkyvän osan massa on siis vain 20 % galaksin kokonaismassasta.

(3 p.)

MAOL:n pisteytysehdotus:

- Sanalliset selitykset (2 p. + 2 p.)
- Pimeän aineen toteaminen tulosten 10.1 ja 10.2 perusteella (1 p.)
- Säteen valitseminen r =30 kpc (1 p.)
- Kokonaismassa (1 p.)
- Säteen valitseminen r =6 kpc (1 p.)
- Kirkkaan osuuden massa (1 p.)
- Prosenttiosuus (1 p.)

Muita huomioita:

- Vaihtoehtoisesti kirkkaan osan massa voidaan laskea

$$M = \frac{v^2}{\gamma} r = \frac{\left(150000\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{6{,}67384 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{kg}^{-1}\mathrm{m}^3\mathrm{s}^2} \cdot 6 \cdot 3{,}08568 \cdot 10^{19}\ \mathrm{m} = 6{,}24 \cdot 10^{40}\ \mathrm{kg}$$

josta

$$\frac{M_0}{M_{kok}} = 0{,}2$$

Kirkkaimman osan massa on siten 20 % koko galaksin massasta.

11. Kiinteistön jäähdytys (20 p.)

11.1.

Aineiston energialaskentaoppaassa kuvaillaan rakennuksen ilmastointijärjestelmää, jossa huonetila jäähdytetään kompressoritoimisen jäähdytyskoneen ja lämmönsiirtimen avulla. Järjestelmän kiertovesi jäähdytetään ensin jäähdytyskoneella ja viedään sen jälkeen lämmönsiirtimeen. Lämmönsiirtimessä huoneeseen puhallettava ilma viilennetään kylmän kiertoveden avulla. (2 p.)

Lämmön siirtymisnopeus huonetilasta, eli lämmönsiirtimen jäähdytysteho, riippuu kiertoveden jäähdytystehosta. Kiertoveden jäähdytys tapahtuu kompressorijäähdytyksellä eli koneella, joka toimii kuin vastakkaissuuntainen ilmalämpöpumppu. (1 p.)

Kompressorijäähdytys on kiertoprosessi, joka perustuu kylmäaineen olomuodon muutoksiin. Höyrymäinen kylmäaine puristuu korkeaan paineeseen kompressorin avulla. Puristuksessa lämmennyt höyry virtaa lauhduttimeen, jossa se luovuttaa lämpöä ympäristöön ja tiivistyy nesteeksi. Tämän jälkeen neste virtaa kuristusventtiilin kautta pienempään paineeseen ja alkaa kiehua kylmätilassa olevassa höyrystimessä. Kylmäaine ottaa höyrystymiseen tarvittavan energian ympäristöstä, jolloin kylmätilan lämpötila laskee. Sitten höyry virtaa kylmätilan ulkopuolelle takaisin kompressoriin ja sama prosessi toistuu uudelleen. (3 p.)

Jäähdytysprosessissa tarvitaan sähköä mm. kylmäaineen kierrättämiseen ja kompressorin sekä puhaltimien toimintaan. (1 p.)

11.2.

Kylmäkerroin kuvaa jäähdytettävästä tilasta pois siirretyn lämmön ja tehdyn työn välistä suhdetta. Teoriassa tämä voisi olla suurempi tai pienempi kuin yksi, mutta käytännön jäähdytyslaitteilla saavutetaan aina suurempi kylmäkerroin kuin yksi. Eli lämpöä siirretään enemmän kuin siirtoon tehdään työtä. (2 p.)

11.3.

Prosessin tehdessä työtä hyötysuhde saadaan tuotetun hyödyn eli työn W ja prosessiin tuodun lämmön Q_1 suhteena. Prosessiin tuotu lämpö on yhtä suuri kuin tehdyn työn ja prosessista pois siirtyvän lämmön Q_2 summa. Hyötysuhde on $\eta = \frac{W}{W+Q_1}$. Kohdan 11.2. perusteella kylmäkerroin $\varepsilon = \frac{Q_1}{W}$, jolloin $\eta = \frac{1}{1+\varepsilon}$. (2 p.)

11.4.

Häviökertoimella kuvataan jäähdytyksen tehokkuutta eli poistuvan lämmön ja otetun lämmön välistä suhdetta. Lämpöopin toisen pääsäännön mukaan lämpö ei voi siirtyä kylmästä säiliöstä lämpimään säiliöön ilman että työtä tehdään, jolloin poistuva lämpö tulee aina olemaan suurempi kuin jäähdytyskoneen ottama lämpö. Häviökerroin kuvaa poikkeamaa tilanteesta, jossa lämmöt ovat yhtä suuria. Jos

$$P_{jk} = (1 + \beta_{hji})P_{ji}$$

niin

$$(1 + \beta_{hji}) = \frac{P_{jk}}{P_{ji}} = \frac{Q_{jk}}{Q_{ji}} \propto \frac{T_{ympäristö}}{T_{vesi}} \rightarrow \beta_{hji} \propto \frac{T_{ympäristö}}{T_{vesi}} - 1$$

Näin ollen, kylmän veden lämpötilan laskiessa, β_{hji} kasvaa.

(2 p.)

MAOL:n kommentteja:
Syvällinen selitys menee reilusti yli lukiofysiikan.
Mitkä ovat abien mahdollisuudet ratkaista tehtävää tietämyksensä perusteella??
Mitä kylmempää vettä viedään sitä kylmempää ilmaa tuotetaan huoneeseen.
Jotain fysikaalisesti järkevää (1 p.)

11.5.

Tiivistyvä vesi luovuttaa lämpöä ympäristöön, jolloin jäähdytyksen tehokkuus laskee.

(2 p.)

11.6.

Jäähdytyksen kuluttama sähköteho on

$$P_{jäähdytys} = \frac{P_{jk}}{\varepsilon_E} = \frac{(1 + \beta_{hji})P_{ji}}{\varepsilon_E}.$$

(2 p.)

Vastaavasti sähköenergia on

$$E_{sähkö} = P_{jäähdytys}t = \frac{(1 + \beta_{hji})P_{ji}}{\varepsilon_E}t.$$

(2 p.)

Jos jäähdytysteho ilmalauhdutteisella kompressoritoimisella jäähdytyskoneella (johon sisältyy kondenssihäviö) on 770 W (kylmäkerroin luetaan taulukosta 1 ja häviökerroin toisesta sarakkeesta taulukosta 2), niin vuodessa kuluu

$$E_{sähkö} = \frac{(1 + 0{,}3) \cdot 770 \text{ W}}{2{,}5} \cdot 31536000 \text{ s} = 12627014400 \text{ J} \approx 1{,}3 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

eli vuodessa $E_{sähkö} \approx 3500$ kWh.

(1 p.)