

MAB2 koe 2 300123

2.

a) $a_{12000} = 2 \cdot 12\,000 - 1 = 23\,999$ sillä $a_n = 2n - 1$

b) Ratkaistaan yhtälö

$234\,567 = 2n - 1 \Leftrightarrow 2n = 234\,568 \parallel : 2 \Leftrightarrow n = 117284$ koska n on kokonaisluku niin luku 234 567 kuuluu lukujonoon.

c)

Ratkaistaan yhtälö $2n - 1 = 750000 \Leftrightarrow 2n = 750001 \parallel : 2 \Leftrightarrow n = 375000,5$

Vast: 375001. jäsen ylittää 750 000

3.

a) Lukujono on geometrinen sillä peräkkäisten jäsenten suhde pysyy samana, suhdeluku

$q = \frac{180}{200} = \frac{162}{180} = 0,9$ b) Geometrisen jonon yleinen jäsen on $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ joten

kolmaskymmenes jäsen on

$a_{30} = 200 \cdot 0,9^{29} = 9,420 \approx 9,4$

c) Geometrisen summa voidaan laskea kaavalla

$S = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q} = \frac{200(1 - 0,9^{30})}{1 - 0,9} = 1915,217 \approx 1915$

$\frac{200 \cdot (1 - 0,9^{30})}{1 - 0,9}$

1915.217683

□

4.

13 %:n kasvu tarkoittaa että tulos tulee aina 1,13-kertaiseksi eli tuloksista muodostuu geometrinen summa jossa $q=1,13$.

Ratkaistaan geometrisen summan kaavasta

$$S = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q} \quad \text{vuosien lukumäärä } n.$$

$$1\,000\,000 = \frac{7800(1 - 1,13^n)}{1 - 1,13}, \quad \text{käytetään laskimen solveria}$$

```
solve(1000000 = 7800*(1-1.13^n)/(1-1.13), n)
{ n = 23.49644287 }
```

saadaan $n=23,496$ eli

Vastaus: 24 vuoden kuluttua

Nettotulos viimeisenä vuonna oli (geometrisen jonon yleisen jäsenen avulla)

$$a_{24} = 7800 \cdot 1,13^{23} = 129687 \text{ €} \approx 130000 \text{ €}$$

5.

a) Harrin lenkeistä muodostuu aritmeettinen jono koska aina lisätään $300 \text{ m} = 0,3 \text{ km} = d$.

Viimeisen lenkin pituus saadaan aritmeettisen jonon yleisen jäsenen avulla.

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d \quad \text{eli} \quad a_n = 5 + (n - 1) \cdot 0,3 = 0,3n + 4,7$$

Ratkaistaan lenkkien lukumäärä aritmeettisen summan kaavan avulla.

$$S = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2} \quad \text{eli} \quad 150 = n \cdot \frac{5 + 0,3n + 4,7}{2}, \quad \text{käytetään laskimen solveria}$$

```
solve(150 = n*(5+0.3n+4.7)/2, n)
{ n = -51.68231267, n = 19.34897934 }
```

Hyväksytään vain positiivinen vaihtoehto. eli 150 km tulee täyteen 20:n lenkin jälkeen.

b)

Janin yhteensä hölkkäämä matka saadaan geometrisella summalla kun suhdeluku $q = 1,05$.

$$S = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q} = \frac{3(1 - 1,05^{20})}{1 - 1,05} = 99,197 \text{ km} \approx 99 \text{ km}$$