

TN-laskunna

- voiko alkeistapaukset luetella tai piirtää
- selvitä miten ratkaisuun päädyt

laskusäännöt:

1. Kertolaskusääntö (tapahtuu A ja B ja C ...) $P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) \cdot \dots$
2. Yhteenlaskusääntö: (tapahtuu A tai B tai C ...) $P(A) + P(B) + P(C) \dots$
3. Vastatapahtuma \bar{A} : (ainakin 1, ainakin 2, ...) $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
4. Toistokoe: (Samaa asiaa toistetaan n kertaa) $P(\text{n koeissa A tapahtuu k kertaa})$
$$\binom{M}{k} \cdot (P(A))^k \cdot (P(\bar{A}))^{n-k}$$

←
laskimessa (nCr)

5. Tilastollisia tunnuslukuja (12 p.)

1. Lukujen x_1, \dots, x_n keskiarvo on a ja $b > a$. Osoita, että lukujen x_1, \dots, x_n, b keskiarvo on suurempi kuin a . (6 p.)
2. Anna esimerkki seuraavat ehdot toteuttavista luvuista tai osoita, että sellaisia ei ole olemassa: lukujen moodi on 1, keskiarvo 10 ja mediaani 100. (6 p.)

S-25

7. Scrabble (12 p.)

Englanninkielisessä Scrabble-pelissä pussissa on 100 laattaa, joista 2 on tyhjää, 56 konsonanttilaattaa ja 42 vokaalilaattaa. Vokaalilaatoista yhdeksässä on A-kirjain. Pelaaja nostaa pussista 7 laattaa palauttamatta niitä takaisin pussiin.

1. Millä todennäköisyydellä ainakin yhdessä pelaajan nostamista laatoista on A-kirjain? (6 p.)
2. Millä todennäköisyydellä ainakin yhdessä pelaajan nostamista laatoista on A-kirjain silloin, kun tiedetään pelaajan nostaneen kolme vokaalia? (6 p.)

K-24

9. Afrikan tähti 12 p.

Afrikan tähti -pelissä on 30 pahvikiekkoa: 12 tyhjää, 5 hevosenkenkää, 3 rosvoa, 4 keltaista topaasia, 3 vihreää smaragdia, 2 punaista rubiinia ja 1 Afrikan tähti -timantti. Pelin alussa kiekot sekoitetaan ja asetetaan nurin päin pelilaudalle, jolloin kaikki kiekot näyttävät samanlaisilta. Kun pelaaja kääntää kiekon, se poistetaan pelistä. Pelinappuloita liikutetaan pelilaudalla noppaa heittämällä; pelinappulan sijainti määrää, minkä kiekon voi kääntää.

9.1 Valitse oikea vaihtoehto. 4 p.

Näitä vastauksia ei tarvitse perustella. Jos olet aloittanut tehtävään vastaamisen, mutta et halukaan jättää tehtävää arvoستeltavaksi, merkitse jokaiseen osatehtävään vastausvaihtoehto "En vastaa.". Oikea vastaus 1 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p.

9.1.1 Ensimmäinen kääntämäsi pahvikiekko on tyhjä ja toinen rubiini. 1 p.

- Tapahtumat ovat toisistaan riippuvia.
- Tapahtumat ovat toisistaan riippumattomia.
- En vastaa.

9.1.2 Kääntämäsi pahvikiekko osoittautuu topaasiksi, ja saat seuraavalla heitolla silmäluvun 4. 1 p.

- Tapahtumat ovat toisistaan riippuvia.
- Tapahtumat ovat toisistaan riippumattomia.
- En vastaa.

9.1.3 Saat heittovuorollasi nopan silmäluvuksi 6 ja vastapelaaja vuorollaan nopan silmäluvuksi 4. 1 p.

- Tapahtumat ovat toisistaan riippuvia.
- Tapahtumat ovat toisistaan riippumattomia.
- En vastaa.

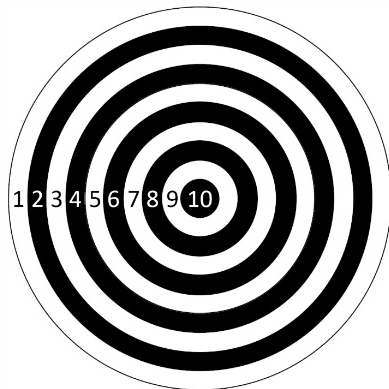
9.1.4 Saat pahvikiekosta rosvon, ja vastapelaaja saa pahvikiekostaan smaragdin. 1 p.

- Tapahtumat ovat toisistaan riippuvia.
- Tapahtumat ovat toisistaan riippumattomia.
- En vastaa.

9.2 Vastaa osatehtävien 9.2.1–9.2.2 kysymyksiin normaalisti perustellen. 8 p.

1. Millä todennäköisyydellä saat kahdella heitolla noppien silmälukujen summaksi vähintään 10? (4 p.)
2. Tähän mennessä pelissä on käännetty seitsemän tyhjää, yksi topaasi, yksi rubiini ja yksi rosvo. Millä todennäköisyydellä seuraavan käännetyn pahvikiekon takana on joko Afrikan tähti tai hevosenkenkä? (4 p.)

K-25



8. Tikanheitto 12 p.

Aineisto

8.A Kuva: Tikkataulu

Ympyränmuotoisen tikkataulun keskellä on 10 pisteen arvoinen keskiympyrä, jonka säde on 2 cm. Sen ympärillä on 9 pisteen arvoinen rengas, jonka leveys on 2 cm. Tämän renkaan ympärillä on samanlevyinen 8 pisteen rengas, sen ympärillä samanlevyinen 7 pisteen rengas ja niin edelleen uloimpaan 1 pisteen renkaaseen saakka. Tikkataulussa on siis yhteensä 10 aluetta ja koko taulun säde on 20 cm, katso kuva 8.A.

- Osoita laskemalla, että parillisten pistemäärien alueiden yhteenlaskettu pinta-ala on $180\pi \text{ cm}^2$. (4 p.)
- Katri heittää tikkaa siten, että hän varmasti osuu tauluun, mutta voi osua mihin tahansa taulun kohtaan samalla todennäköisyydellä. Millä todennäköisyydellä Katrin tulos on parillinen, kun hän heittää kolme tikkaa ja niiden pisteet lasketaan yhteen? (8 p.)

S-24