

**12.6A** Määritä funktion  $f(x) = \cos x - \frac{1}{2} \cos 2x$  suurin ja pienin arvo. Missä pisteissä suurin arvo saavutetaan? (yo pitkä s2010/7)

$\cos x$ :n jakso  $2\pi$  ja  $\cos 2x$ :n jakso  $\pi$

$\Rightarrow$  Riittää tutkia arvoja  $[0, 2\pi]$

Funktion suurin arvo löytyy derivaatan nollakohtista tai välin päätepisteistä

$$f'(x) = -\sin x - \frac{1}{2} \cdot (-\sin 2x) \cdot 2 = -\sin x + \sin 2x$$

Nollakohdat:  $-\sin x + \sin 2x = 0$

$$\sin 2x = \sin x$$

$$2x = x + m \cdot 2\pi$$

$$x = m \cdot 2\pi$$

(kulmat 0 ja  $2\pi$ )

$$\vee 2x = (\pi - x) + m \cdot 2\pi, m \in \mathbb{Z}$$

$$\vee 3x = \pi + m \cdot 2\pi \quad || :3$$

$$x = \frac{\pi}{3} + m \cdot \frac{2\pi}{3}$$

(kulmat  $\frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}$ )

$$\sin x = \sin y \Leftrightarrow x = y + n2\pi \vee x = \pi - y + n2\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = \cos y \Leftrightarrow x = \pm y + n2\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$\tan x = \tan y \Leftrightarrow x = y + n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$f(0) = \cos 0 - \frac{1}{2} \cos 2 \cdot 0 = \frac{1}{2}$$

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} \cos \frac{2\pi}{3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$$

$$f(\pi) = \cos \pi - \frac{1}{2} \cos 2\pi = -1 - \frac{1}{2} \cdot 1 = -\frac{3}{2}$$

$$f\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \cos \frac{5\pi}{3} - \frac{1}{2} \cos \frac{10\pi}{3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$$

$\vee$ : Suurin arvo  $\frac{3}{4}$  pisteissä

$$x = \frac{\pi}{3} \text{ ja } x = \frac{5\pi}{3}$$

Define  $f(x) = \cos(x) - \frac{1}{2} \cos(2x)$

$\frac{d}{dx}(f(x))$

$-\sin(x) + \sin(2 \cdot x)$

solve  $(\frac{d}{dx}(f(x))) = 0$

$\left\{ x = 2 \cdot \pi \cdot \underbrace{\text{constn}(1)}_{\text{vakio } m}, x = \frac{2 \cdot \pi \cdot \underbrace{\text{constn}(2)}_{\text{vakio } m}}{3} - \frac{\pi}{3} \right\}$

$f(x) |_{x=0}$

$f(x) |_{x=\frac{\pi}{3}}$

$f(x) |_{x=\pi}$

$f(x) |_{x=\frac{5\pi}{3}}$

done

← Funktion määrittely

← Derivaatti

← Derivaatan nollakohdat

← Funktion arvo

$\frac{1}{2}$

$\frac{3}{4}$

$-\frac{3}{2}$

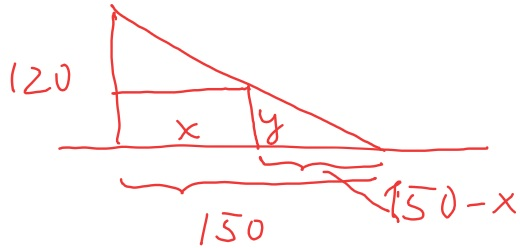
$\frac{3}{4}$

kun  $m=1: \frac{2\pi \cdot 1}{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$

$m=2: \frac{2\pi \cdot 2}{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{3} = \pi$

$m=3: \frac{2\pi \cdot 3}{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$

**12.8B** Matti omistaa järven rannalla suorakulmisen kolmion muotoisen metsäpalstan, jonka kateettien pituudet ovat 150 m ja 120 m. Pidempi kateetti on suoralla rantaviivalla. Matti myy palstastaan Marjalle pinta-alaltaan mahdollisimman suuren suorakulmion muotoisen rantatontin, jonka kaksi sivua ovat metsäpalstan kateeteilla. Mitkä ovat Marjan ostaman rantatontin sivujen pituudet? (yo pitkä k2021/5)



Tontin ala:

$$A = xy = x \cdot \frac{18000 - 120x}{150}$$

$$= \frac{18000x - 120x^2}{150}$$

derivoidaan .....

Tehdään samanlaisia (yhtenmuotoiset kolmiot)

$$\frac{150-x}{y} = \frac{150}{120}$$

$$150y = 120(150-x) \quad || : 150 \Leftrightarrow y = \frac{120(150-x)}{150} = \frac{18000 - 120x}{150}$$