

10.2A Laske raja-arvo.

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x}{x^2 - 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x}{x - 4}$

c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{(x - 3)^2}$

d) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x + 1)^2}{x^2 + x}$

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x(x+1)}{\underbrace{(x+1)(x-1)}_1} = \frac{-1}{-1-1} = \frac{1}{2}$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4}{x-4} = \frac{4}{0}$ (ei määän.) \forall : ei ole raja-arvoa kohdalla 4

10.8A Määritä funktion f derivaatta kohdassa 2 käyttäen derivaatan määritelmää.

a) $f(x) = x^2 - x$ b) $f(x) = \frac{1}{x}$

a) $f'(z) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\overbrace{(2+h)^2}^{f(2+h)} - \overbrace{(2-2)}^{f(2)}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4 + 4h + h^2 - 2 - h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h + h^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(3+h)}{h} = 3 + 0 = 3$

TAI

$f'(z) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - (2^2 - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)}{x-2} = 3$

$x^2 - x - 2 = 0$, ratk. kaavalla

$x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm 3}{2}$

$x = 2 \vee x = -1$



$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$	funktion f derivaattafunktio
$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$	derivaatta kohdassa x_0