1.16 Laske määrätty integraali.

CAS

a) $\int_{-2}^{5} x|x|\,dx$ **b)** $\int_{-1}^{4} (x^2 + |x^2 - 1|)\,dx$

$x^2 - 1 = 0$

$x^2 = 1$

$x = \pm 1$

merkkitarkastelu

$x^2 - 1$: -1 | $+$ | 1 | $+$

$|x^2 - 1|$: $-x^2 + 1$ | $x^2 - 1$

$$\int_{-1}^{1} x^2 - x^2 + 1\,dx + \int_{1}^{4} x^2 + x^2 - 1\,dx =$$

$$\int_{-1}^{1} 1\,dx + \int_{1}^{4} 2x^2 - 1\,dx = \Big|_{-1}^{1} x + \Big|_{1}^{4} 2 \cdot \frac{1}{3}x^3 - x =$$

$$1 - (-1) + \frac{2}{3} \cdot 4^3 - 4 - \left(\frac{2}{3} \cdot 1^3 - 1\right) =$$

$$1 + 1 + \frac{128}{3} - 4 - \frac{2}{3} + 1 =$$

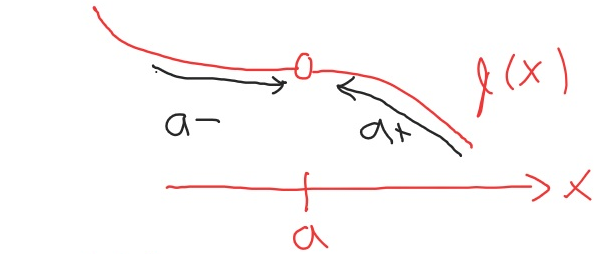
$$\frac{126}{3} - 1 = 42 - 1 = 41$$

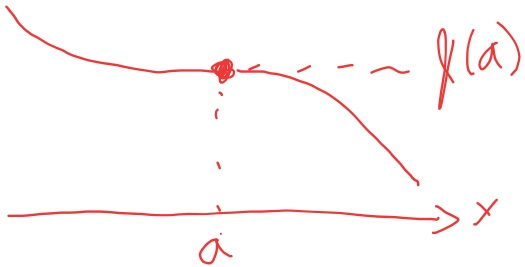
Raja-arvo ja jatkuvuus

$f(x)$: Mä on raja-arvo kohdassa a, jos $\lim_{x \to a-} f(x) = \lim_{x \to a+} f(x)$

$f(x)$ on jatkuva kohdassa a, jos

$$\lim_{x \to a-} f(x) = f(a) = \lim_{x \to a+} f(x)$$





Esim.

Onko funktio $f(x) = \begin{cases} -x^2+4, & \text{kun } x < 1 \\ 2x+1, & \text{kun } x \geq 1 \end{cases}$ jatkuva kohdassa $x=1$?

1° Vasemmanpuoleinen raja-arvo: $\lim\limits_{x \to 1-} f(x) = \lim\limits_{x \to 1-} -x^2+4 = -1^2+4 = 3$

2° Funktion arvo kohdassa 1: $f(1) = 2 \cdot 1 + 1 = 3$

3° Oikeanpuoleinen raja-arvo: $\lim\limits_{x \to 1+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1+} 2x+1 = 2 \cdot 1 + 1 = 3$

} yhtäsuuria $\Rightarrow$ $f(x)$ on jatkuva kohdassa $x=1$.

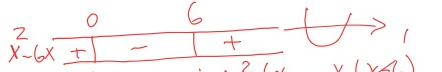
Esim. Määritä $\lim\limits_{x \to -4} \dfrac{x^2-16}{x+4} = \dfrac{\text{"0"}}{0} = \lim\limits_{x \to -4} \dfrac{(x-4)(x+4)}{x+4} = -4-4 = -8$

2.6 Määritä funktion $f(x)=\dfrac{|x^2-6x|}{x-6}$ raja-arvo kohdassa

CAS

a) 0 **b)** 6.

Merkkikaavio: x^2-6x



$x^2-6x=0$

$x(x-6)=0$

$x=0 \vee x-6=0$

$x=6$

$f(x)$

$\dfrac{-x^2+6x}{x-6}=\dfrac{x^2-6x}{x-6}=\dfrac{x(x-6)}{x-6}=x$

$\dfrac{-x(x-6)}{x-6}=-x$

b) $\lim\limits_{x\to 6-}\dfrac{|x^2-6x|}{x-6}=\lim\limits_{x\to 6-}-x=-6$

$\lim\limits_{x\to 6+}\dfrac{|x^2-6x|}{x-6}=\lim\limits_{x\to 6+}x=6$

eirmuret => ei raja-arvoa