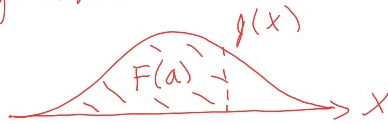


# Kertymäfunktio

- Kuva todennäköisyyden kertymistä

$$P(X \leq a) = \int_{-\infty}^a f(x) dx = F(a)$$



13.5 Satunnaismuuttujan  $X$  tiheysfunktio on

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{kun } x < 0 \\ a \sin x, & \text{kun } 0 \leq x \leq \pi \\ 0, & \text{kun } x > \pi. \end{cases}$$

Määritä

- a) vakio  $a$
- b) satunnaismuuttujan  $X$  odotusarvo
- c) satunnaismuuttujan  $X$  keskijajonta
- d) satunnaismuuttujan  $X$  kertymäfunktio  $F$
- e) kertymäfunktion  $F$  arvojoukko
- f) tapahtuman " $\frac{\pi}{4} < X < \frac{\pi}{2}$ " todennäköisyys.
- g) Piirrä tiheysfunktion  $f$  ja kertymäfunktion  $F$  kuvaajat.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{kun } x < 0 \\ \frac{1}{2} \sin x, & \text{kun } 0 \leq x \leq \pi \\ 0, & \text{kun } x > \pi \end{cases}$$

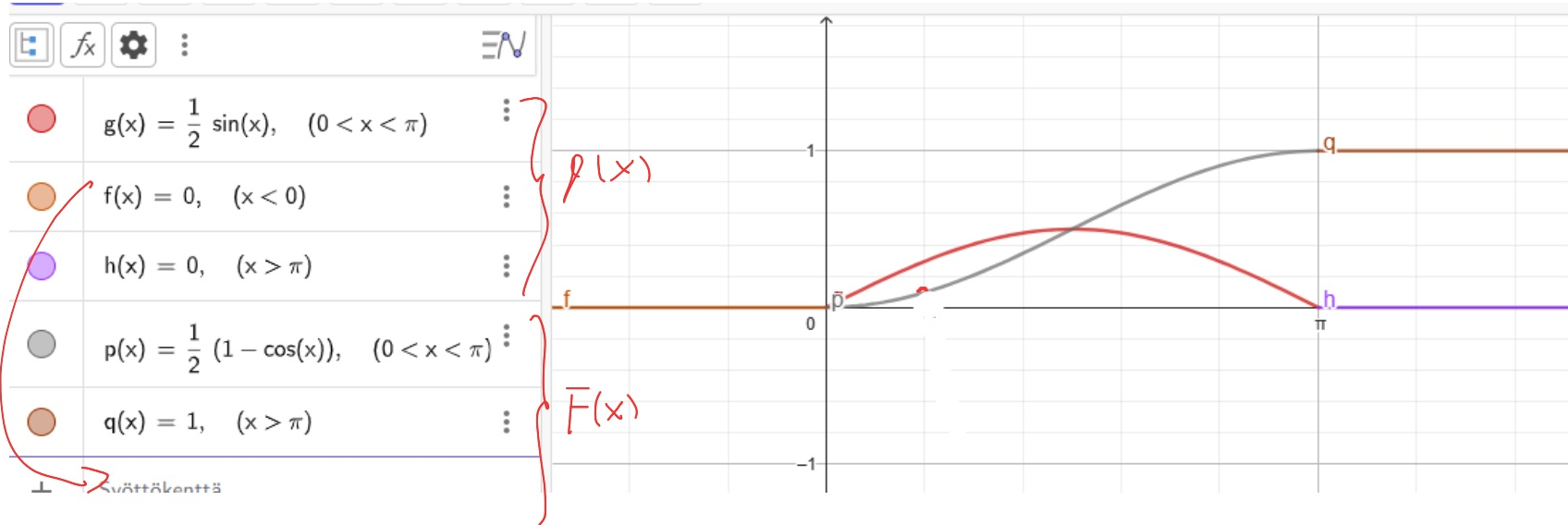
Valitse  $0 \leq a \leq \pi$

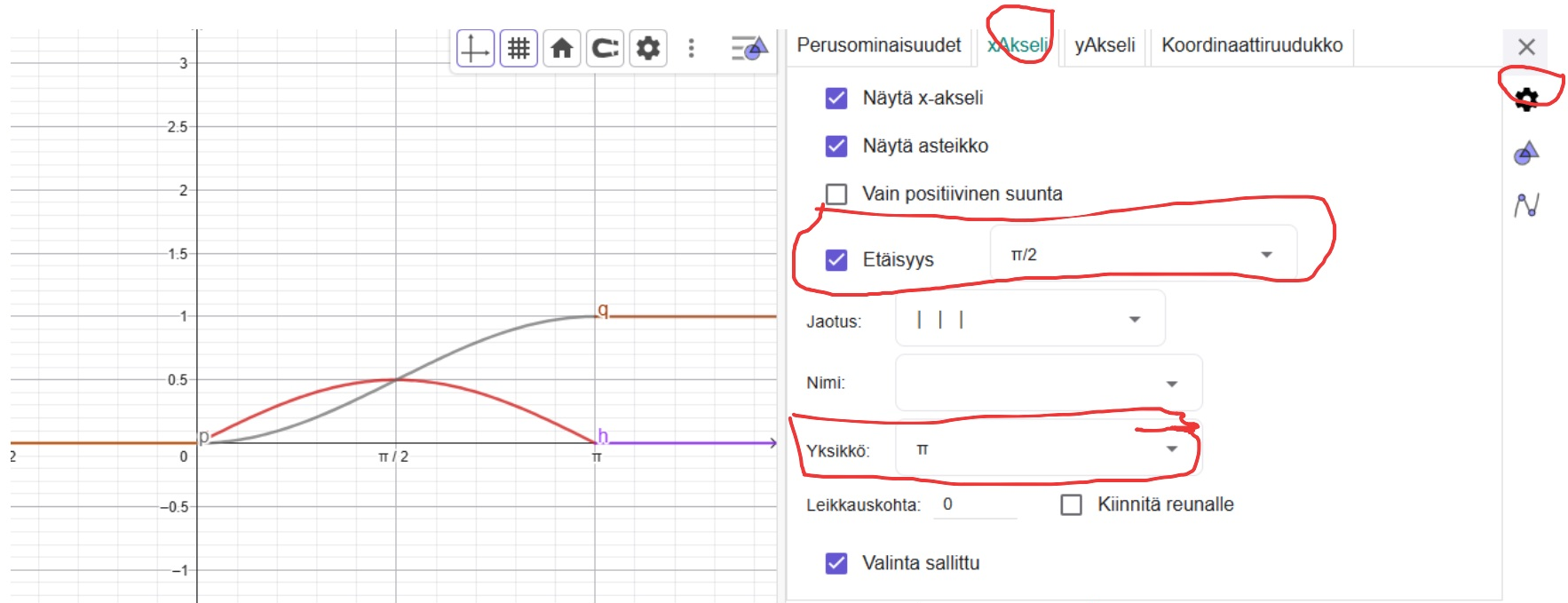
$$F(a) = \int_0^a \frac{1}{2} \sin x dx = \int_0^a \frac{1}{2} (-\cos x) = -\frac{1}{2} \cos a - \left( -\frac{1}{2} (-\cos 0) \right) = -\frac{1}{2} \cos a + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} (1 - \cos a)$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{kun } x < 0 \\ \frac{1}{2} (1 - \cos x), & \text{kun } 0 \leq x \leq \pi \\ 1, & \text{kun } x > \pi \end{cases}$$

[0, 1]

$$P\left(\frac{\pi}{4} < X < \frac{\pi}{2}\right) = F\left(\frac{\pi}{2}\right) - F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} (1 - \cos \frac{\pi}{2}) - \frac{1}{2} (1 - \cos \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \approx 0,35$$





Trigonometristen funktioiden pisteasetukset