10.2 Laske epäoleellinen integraali.

a) $\int_1^\infty e^{-x}\,dx$ **b)** $\int_{-\infty}^0 e^x\,dx$ **c)** $\int_0^\infty e^x\,dx$

c) Tutkitaan ensin integraalia

$$\int_0^a e^x\,dx = \Big/_0^a e^x = e^a - e^0 = e^a - 1$$

Tutkitaan mitä tapahtuu kun $a \to \infty$

$$\lim_{a\to\infty} e^a - 1 = e^\infty - 1 = \infty \Rightarrow \text{integraali } \int_0^\infty e^x\,dx \text{ hajaantuu}$$

10.6 Laske epäoleellinen integraali.

a) $\int_1^\infty \frac{3x^2}{x^3+5}\,dx$ **b)** $\int_0^\infty \frac{1}{(2x+3)^2}\,dx$

Tutkitaan ensin $\int_1^a \frac{3x^2}{x^3+5}\,dx = \Big/_1^a \ln|x^3+5| = \ln|a^3+5| - \ln|1^3+5|$

$= \ln|a^3+5| - \ln 6$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = \ln|f(x)| + C$$

Tutkitaan mitä tapahtuu, kun $a \to \infty$

$$\lim_{a\to\infty} \ln|a^3+5| - \ln 6 = \ln\infty - \ln 6 = \infty \Rightarrow \text{integraali hajaantuu}$$

Yhdistetty funktio

$$\int f'(x)\,g(f(x))\,dx = G(f(x)) + C$$

b) Tutkitaan ensin

$$\int_0^a \frac{1}{(2x+3)^2}\,dx = \frac{1}{2}\int_0^a 2(2x+3)^{-2}\,dx = \Big/_0^a \frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2x+3}\right) = -\Big/_0^a \frac{1}{4x+6} = -\left(\frac{1}{4a+6} - \frac{1}{4\cdot 0+6}\right)$$

$$= -\frac{1}{4a+6} + \frac{1}{6}$$

$f(x) = 2x+3$; $f'(x) = 2$

$g(x) = x^{-2}$; $G(x) = \frac{1}{-1}x^{-1} = -\frac{1}{x}$

Kun $a \to \infty$

$$\lim_{a\to\infty} -\underbrace{\frac{1}{\underbrace{4a+6}_{\to\infty}}}_{\to 0} + \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$, niin

$$\int_0^\infty \frac{1}{(2x+3)^2}\,dx = \frac{1}{6}$$