Tiedeesta

2. Osaa

Osassa 1. 4 teht. 3 vast. 3·12 p.

- Monivalinta 12 kohtaa, kuvaajan tulkinta
- Käänteisfunktio.
- Itseisarvo funktio (tulkinta, integraali)
- 3 pikkulaskua

Osassa 2. 5 teht. 3 vast.

- normaalijakauma
- monivalinta 6 kohtaa
- käänteisfunktio (sovellus)
- suppeneva integraali
- trigonometrinen funktio.

K19. Määritä funktion $f(x)=\frac{1}{3}x^3+x$ käänteis-funktion f^{-1} derivaatta kohdassa $-\frac{4}{3}$.

7. $(f^{-1})'(y_0)=\dfrac{1}{f'(x_0)}$, jossa $y_0=f(x_0)$

$$(f^{-1})'\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{1}{f'(x_0)},\qquad -\frac{4}{3}=\frac{1}{3}x_0^3+x_0$$

$x_0=-1$, kokeilla

$$f'(x)=x^2+1$$

$$f'(x_0)=(-1)^2+1=2$$

$$\Rightarrow\quad (f^{-1})'\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{1}{f'(-1)}=\underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

K25. Määritä raja-arvo $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{2x-9}$. $\left(=\frac{\infty}{\infty}\right)$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}}{2x-9}=\lim_{x\to\infty}\frac{\cancel{|x|}\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{\cancel{x}\left(2-\frac{9}{x}\right)}=\frac{\sqrt{1+\underbrace{\frac{1}{\infty^2}}_{\to 0}}}{2-\underbrace{\frac{9}{\infty}}_{\to 0}}=\underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

suppenee.

K33. Laske epäoleellinen integraali $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{(x^2+1)^2}\,dx$.

$$\int \frac{x}{(x^2+1)^2}\,dx = \int x(x^2+1)^{-2}\,dx = \frac{1}{2}\int 2x(x^2+1)^{-2}\,dx = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{-1}(x^2+1)^{-1}$$

$$= -\frac{1}{2(x^2+1)}$$

$$= \int_{-\infty}^{0} (\quad)\,dx + \int_{0}^{\infty} (\quad)\,dx =$$

$$\lim_{t\to-\infty} \Big/_{t}^{0} -\frac{1}{2(x^2+1)} + \lim_{p\to\infty} \Big/_{0}^{p} -\frac{1}{2(x^2+1)} = \ldots$$