

11.5 Laske epäoleellinen integraali.



a)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{4x}{(x^2+1)^2} dx =$       b)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{3x}{x^2+2} dx$

a) Mj.  $\mathbb{R}$  |  $\int_{-\infty}^0 \frac{4x}{(x^2+1)^2} dx + \int_0^{\infty} \frac{4x}{(x^2+1)^2} dx = -2 + 2 = 0$

$= \lim_{t \rightarrow -\infty} \int_t^0 \frac{2 \cdot 2x \cdot (x^2+1)^{-2}}{f'(x) \cdot f(x)^{-2}} dx = \lim_{t \rightarrow -\infty} 2 \int_t^0 \frac{1}{(x^2+1)^{-1}} = -2 \lim_{t \rightarrow -\infty} \left[ \frac{1}{x^2+1} \right]_t^0 = -2 \left( \frac{1}{0^2+1} - \frac{1}{(-\infty)^2+1} \right) = -2$

$= -2 \lim_{s \rightarrow \infty} \int_0^s \frac{1}{x^2+1} = -2 \left( \frac{1}{\infty^2+1} - \frac{1}{0^2+1} \right) = 2$

b) Mj.  $\mathbb{R}$  |  $\int_{-\infty}^0 \frac{3x}{x^2+2} dx + \int_0^{\infty} \frac{3x}{x^2+2} dx =$  (hajantuu)

$= \lim_{t \rightarrow -\infty} \int_t^0 \frac{3 \cdot \frac{2x}{2}}{\frac{x^2}{2} + 2} dx = \frac{3}{2} \lim_{t \rightarrow -\infty} \left[ \ln \left( \frac{x^2+2}{2} \right) \right]_t^0 = \frac{3}{2} \left( \ln(0^2+2) - \ln \left( \frac{(-\infty)^2+2}{2} \right) \right) = \frac{3}{2} (\ln 2 - \ln \infty) = -\infty$

- 11.9 Funktion  $f(x) = \frac{3}{1+x^2}$  kuvaajan ja  $x$ -akselin rajaama alue pyörittää  $x$ -akselin ympäri. Laske muodostuvan pyörähdyskappaleen tilavuus.

Pyörähdyskappaleen tilavuus  $V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$

$$V = \pi \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{3}{1+x^2} \right)^2 dx = \frac{9\pi^2}{2}$$

$$\pi \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{3}{1+x^2} \right)^2 dx$$

$$\frac{9 \cdot \pi^2}{2}$$

