

Käänteispunkti

Olkoon. $f(x) = b \Rightarrow f^{-1}(b) = a$

Esim. $f(x) = 2x - 3$

$f(x)$ on polynomifunktiona jatkuva, kun $x \in \mathbb{R}$.

$f(x)$ on (suorana) aidosti monotoninen (kasvava)

→ arvojoukko $v_j = \mathbb{R}$

$f(x)$:llä on
Käänteispunkti $f^{-1}(x)$

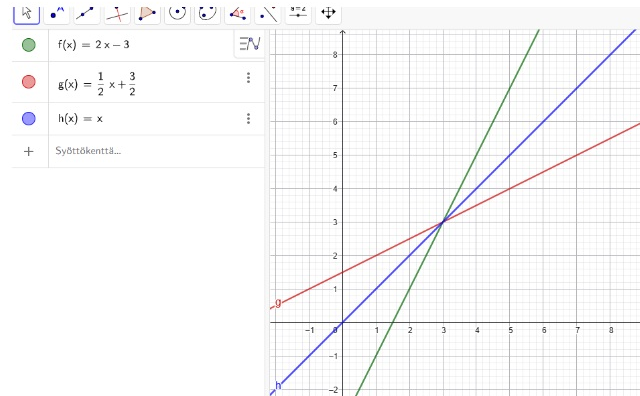
Merkitään $f(x) = y$

$$2x - 3 = y \quad (\text{ratkaistaan } y \text{ n suhteen})$$

$$2x = y + 3 \quad || : 2$$

$$x = \frac{1}{2}y + \frac{3}{2} = f^{-1}(y)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$



- 6.6 a) Osoita, että funktiolla $f(x) = e^x + x + 1$ on käänteisfunktio.
- b) Määritä käänteisfunktion arvo kohdassa 2.
- c) Määritä kohta, jossa käänteisfunktion arvo on 2.

a) $f(x)$ on määritelty, kun $x \in \mathbb{R}$ (e^x on määr. kun $x \in \mathbb{R}$)

Tutkitaan $f(x)$:n kulku ja derivaatan avulla.

$$f'(x) = e^x + 1$$

ollakohdat: $e^x + 1 = 0$

$$e^x = -1 \text{ (ei ratk)}$$

$$\underbrace{e^x + 1}_{>0} \quad \overbrace{+ + +}$$

$f(x)$ \nearrow

J koska $f'(x) > 0$, kun $x \in \mathbb{R}$, niin $f(x)$ on aidosti monotoninen ja sillä on niin käänteisfunktio \square

b) $f^{-1}(2)$? Pitää selvittää millä x :n arvolla $f(x) = 2$

Ratkaistaan yhtälö $e^x + x + 1 = 2$

$$e^x + x = 1$$

$$x = 0 = \underline{\underline{f^{-1}(2)}} \Rightarrow () \quad f^{-1}(y) = \underline{\underline{2}} \text{ "x"}$$

$$e^2 + 2 + 1 = y$$

$$e^2 + 3 = y$$

$$\underline{\underline{f^{-1}(e^2 + 3) = 2}}$$