$$f'_+(1) = \lim_{x\to 1+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$

$$= \lim_{x\to 1+} \frac{4\sqrt{x}-4}{x-1} = \lim_{x\to 1+} \frac{4(\sqrt{x}-1)}{\underbrace{x-1}_{(\sqrt{x})^2-1^2}} = \lim_{x\to 1+} \frac{4\cancel{(\sqrt{x}-1)}^{\,1}}{(\sqrt{x}+1)\cancel{(\sqrt{x}-1)}_{\,1}} = \frac{4}{\sqrt{1}+1} = 2$$

"$\frac{0}{0}$"

4.4 Osoita, että funktio $f(x)=x^2|x-1|$ ei ole derivoituva kohdassa 1.

Tulkitaan $f(x)$ paloittain määriteltynä

Merkkikaavio:

		1	
$x-1$	$-$		$+$
$f(x)$	$x^2(-x+1) = -x^3+x^2$		$x^2(x-1) = x^3-x^2$

$$f(x)=\begin{cases}-x^3+x^2, & \text{kun } x\le 1\\ x^3-x^2, & \text{kun } x>1\end{cases}$$

1° $f(x)$:n jatkuvuus, kun $x=1$

$$\left.\begin{aligned}&\lim_{x\to 1-} f(x) = \lim_{x\to 1-} -x^3+x^2 = -1+1 = 0 = f(1)\\ &\lim_{x\to 1+} f(x) = \lim_{x\to 1+} x^3-x^2 = 1-1 = 0\end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$f(x)$ on jatkuva, kun $x=1$

2° $f(x)$:n derivoituvuus, kun $x=1$

$$\left.\begin{aligned}&\lim_{x\to 1-} \frac{f(x)-\overbrace{f(1)}^{=0}}{x-1} = \lim_{x\to 1-} \frac{-x^3+x^2}{x-1} = \lim_{x\to 1-} \frac{-x^2\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}} = -1\\ &\lim_{x\to 1+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1+} \frac{x^3-x^2}{x-1} = \lim_{x\to 1+} \frac{x^2\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}} = 1\end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

erisuuret raja-arvot. Funktio $f(x)$ ei ole derivoituva kohdassa $x=1$. □