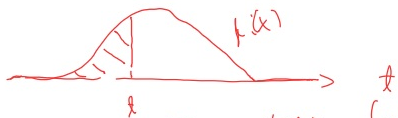
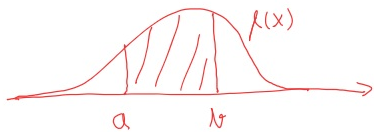


Kertymäfunktion



Kertymäfunktion: $F(t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx = P(X \leq t)$



$$P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a)$$

13.3



Satunnaismuuttujan X tiheysfunktio on

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{kun } x < 0 \\ \frac{4}{(4+x)^2}, & \text{kun } x \geq 0. \end{cases}$$

- a) Määritä satunnaismuuttujan X kertymäfunktio F ja sen arvojoukko A_F . Piirrä kertymäfunktion kuvaaja.
- b) Laske kertymäfunktion avulla tapahtuman " $1 \leq X < 6$ " todennäköisyys.

$$a) F(t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx = \int_{-\infty}^0 0 dx + \int_0^t \frac{4}{(4+x)^2} dx = \int_0^t 4(4+x)^{-2} dx = 4 \int_0^t \frac{1}{-1} \underbrace{(4+x)^{-1}}_{\frac{1}{4+x}} = -4 \left(\frac{1}{4+t} - \frac{1}{4+0} \right) = 1 - \frac{4}{4+t}$$

$$F(t) = \begin{cases} 0, & \text{kun } t < 0 \\ 1 - \frac{4}{4+t}, & \text{kun } t \geq 0 \end{cases} \Rightarrow F(x) = \begin{cases} 0, & \text{kun } x < 0 \\ 1 - \frac{4}{4+x}, & \text{kun } x \geq 0 \end{cases}$$

$\rightarrow 0$, kun $x \rightarrow \infty$

Arvojoukko $A_F = [0, 1]$

$$b) P(1 \leq X < 6) = F(6) - F(1) = 1 - \frac{4}{4+6} - \left(1 - \frac{4}{4+1} \right) = \frac{6}{10} - \frac{1}{5} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\int_0^t \frac{4}{(4+x)^2} dx$$

□

$$\frac{-4}{t+4} + 1$$

13.8 Bussipysäköiltä lähtee bussi keskustaan aina 20 minuutin välein. Olkoon satunnaismuuttuja X : ”satunnaiseen aikaan pysäkillä saapuvan matkustajan odotusaika minuutteina ennen bussin lähtöä”.

- a) Määritä satunnaismuuttujan X kertymäfunktio F .
- b) Laske kertymäfunktion avulla kahden desimaalin tarkkuudella todennäköisyys, että odotusaika on 5–10 minuuttia.



$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{kun } x < 0 \\ \frac{1}{20}x, & \text{kun } 0 \leq x \leq 20 \\ 1, & \text{kun } x > 20 \end{cases}$$