Derivoituvuus

Jotta funktio $f(x)$ olisi derivoituva pisteessä a
niin kolme ehtoa pitää täyttyä

$f(x)$ on jatkuva pisteessä a

$$\lim_{x \to a-} f(x) = f(a) = \lim_{x \to a+} f(x)$$

$f(x)$:llä pitää olla yleiskäsitteinen derivaatan arvo $f'(a)$
(yleiskäsitteinen tangentin kulmakerroin)

Derivaatan määritelmä

h-muoto

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

(x-a)-muoto

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

3.4 Määritä funktion $f(x)=x^2+3x$ derivaatta kohdassa 0 käyttäen derivaatan määritelmää.

$$f'(0)=\lim_{x\to 0}\frac{x^2+3x-(0^2+3\cdot 0)}{x-0}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\cancel{x}(x+3)}{\cancel{x}}=0+3=3$$

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^2+3(x+h)-(x^2+3x)}{h}=$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{x^2}+2xh+h^2+\cancel{3x}+3h-\cancel{x^2}-\cancel{3x}}{h}=$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{h}(2x+h+3)}{\cancel{h}}=2x+3$$

tai

$$f'(0)=\lim_{h\to 0}\frac{(0+h)^2+3(0+h)-0}{h}$$

$0^2+3\cdot 0$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{h^2+3h}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{h}(h+3)}{\cancel{h}}=3$$