

1.19

★★★



Ilmaise funktio $f(x) = \frac{|x^2 - 1|}{|x| - 1}$ paloittain

määriteltynä funktiona ilman itseisarvomerkkejä.

Tehdään molemmista itseisarvoista merkkikaavio

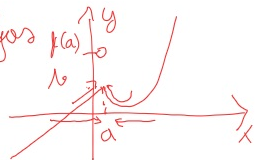
	-1	0	1	\rightarrow
$x^2 - 1$	+	-	-	+
x	-	-	+	+
$f(x)$	$\frac{x^2 - 1}{-x - 1} =$	$\frac{-x^2 + 1}{-x - 1} =$	$\frac{-x^2 + 1}{x - 1} =$	$\frac{x^2 - 1}{x - 1} =$
	$\frac{(x+1)(x-1)}{-\cancel{(x+1)}} =$	$\frac{-\cancel{(x+1)}(x-1)}{-x-1} =$	$\frac{-\cancel{(x+1)}(x-1)}{x-1} =$	$\frac{(x+1)\cancel{(x-1)}}{x-1} =$
	$-x+1$	$x-1$	$-x-1$	$x+1$

$$f(x) = \begin{cases} -x+1, & \text{kun } x \leq -1 \\ x-1, & \text{kun } -1 < x < 0 \\ -x-1, & \text{kun } 0 \leq x < 1 \\ x+1, & \text{kun } x \geq 1 \end{cases}$$

Raja-arvo ja jatkuvuus

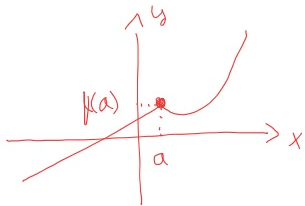
Funktiolla $f(x)$ on raja-arvo kohdassa a , jos $f(a)$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$



Funktio $f(x)$ on jatkuva kohdassa a , jos

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \text{ eli } \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$



2.6



Määritä funktion $f(x) = \frac{|x^2 - 6x|}{x - 6}$ raja-arvo
kohdassa

a) 0 b) 6.

Muodotetaan paljittain määritetty punktio

$$x^2 - 6x = 0$$

$$x(x-6) = 0$$

$$x = 0 \vee = 6$$

$x^2 - 6x$	+	-	+	\rightarrow
$\frac{x^2 - 6x}{x-6} =$	$-\frac{x^2 - 6x}{x-6} =$			
$\frac{x(x-6)}{x-6} =$	$-\frac{x(x-6)}{x-6} =$			
x	$-x$			x

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{kun } x < 0 \\ -x, & \text{kun } 0 \leq x < 6 \\ x, & \text{kun } x \geq 6 \end{cases}$$

a) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} x = 0$ ja $\lim_{x \rightarrow 0^+} -x = 0$

yhtäsuuret \Rightarrow

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$$

b) $\lim_{x \rightarrow 6^-} -x = -6$ ja $\lim_{x \rightarrow 6^+} x = 6$

erisuuret \Rightarrow

ei raja-arvoa $\lim_{x \rightarrow 6} f(x)$

2.13 Tutki perustellen, onko funktio



$$f(x) = \begin{cases} \sin \frac{\pi x}{4}, & \text{kun } x < 2 \\ \sqrt{x-1}, & \text{kun } x \geq 2 \end{cases}$$

kaikkialla jatkuva.

Funktio $\sin \frac{\pi x}{4}$ on jatkuva kaikkialla sillä $\sin x$ on jatkuva kaikkialla.

Funktio $\sqrt{x-1}$ on jatkuva määrittelyjoukossaan $x-1 \geq 0$
 $x \geq 1$

Omsis tulkitetaan vielä jatkuvuus kohdassa $x=2$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \quad , \quad f(2) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$