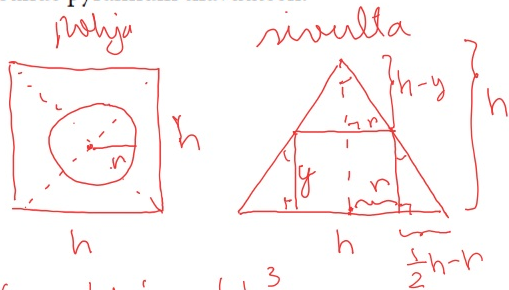


B9.

Säännöllisen nelisivuisen pyramidin pohjasärmän pituus on yhtä suuri kuin pyramidin korkeus. Pyramidin sisään asetetaan mahdollisimman suuri suora ympyrälieriö niin, että lieriön pohjan keskipiste on pyramidin pohjan keskipisteessä. Laske lieriön tilavuuden suhde pyramidin tilavuuteen.



$$V_{\text{p.n.}} = \frac{1}{3} A_p h = \frac{1}{3} h^3$$

$$V_{\text{lier.}} = \pi r^2 \cdot y$$

$$\frac{h-y}{h} = \frac{r}{\frac{1}{2}h-r}$$

$$hr = \frac{1}{2}h^2 - \frac{1}{2}hy - rh + ry$$

$$2hr - \frac{1}{2}h^2 = y(-\frac{1}{2}h+r)$$

- K9.** Laske vektorien $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 4\vec{k}$ ja $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k}$ välisen kulman suuruus asteen tarkkuudella.



Kulma madaan pistetulon avulla:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

$$\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \arccos\left(\frac{-36}{\sqrt{29}\sqrt{54}}\right) = 155,46^\circ \approx \underline{\underline{155^\circ}}$$

Pistetulo: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot (-1) + (-3) \cdot 2 + (-4) \cdot 7 = -36$

Pituudet: $|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + (-3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{29}$

$$|\vec{b}| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 7^2} = \sqrt{54}$$

```
arccos(-36/(sqrt(29)*sqrt(54)))  
= 155,46636228707797053004
```