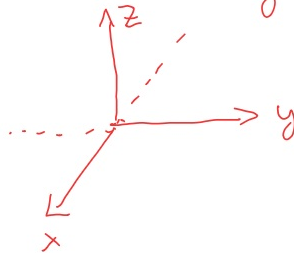


- 6.17 Drooni lentää xy -tason yläpuolella pitkin pisteiden $A = (5, 5, 0)$ ja $B = (2, 3, 6)$ kautta kulkevaa suoraa. Laske, kuinka monen koordinaatiston yksikön korkeudella drooni ylittää
- a) y -akselin b) x -akselin.

Suoran suuntavektori $\vec{AB} = \vec{v} = (2-5)\vec{i} + (3-5)\vec{j} + (6-0)\vec{k}$
 $= -3\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$

Suora parametri muodossa:

$$\begin{cases} x = 5 - 3t \\ y = 5 - 2t \\ z = 0 + 6t \end{cases}$$



a) y -akselilla $x = 0$
 $0 = 5 - 3t \Leftrightarrow t = \frac{5}{3} \Rightarrow z = 6 \cdot \frac{5}{3} = \underline{\underline{10}}$

b) x -akselilla $y = 0$

6.18 Osoita, että suorat
 $\overline{OP} = 2\bar{i} - \bar{k} + t(\bar{i} - 3\bar{j} + 2\bar{k})$

ja

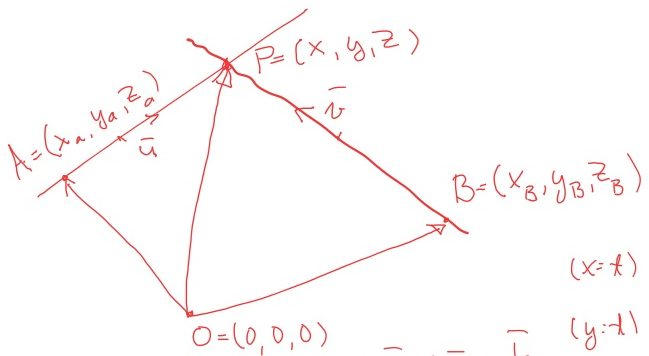
$$\begin{cases} x = 5 - 2s \\ y = 6s \\ z = -1 - 4s \end{cases}$$

ovat yhdensuuntaiset (s ja t ovat reaalilukuja).

Suorat ovat yhdensuuntaiset, jos niiden suuntavektorit \bar{u} ja \bar{v} toteuttavat yhtälön $\bar{u} = r\bar{v}$, missä $r \in \mathbb{R}$

Ensimmäisen suoran suuntavektori $\bar{u} = \bar{i} - 3\bar{j} + 2\bar{k}$
Toisen suoran suuntavektori $\bar{v} = -2\bar{i} + 6\bar{j} - 4\bar{k}$ } $\bar{u} = -\frac{1}{2}\bar{v}$ \square

Suorien leikkauspiste



Suuntavektorit: $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$
 $\vec{v} = d\vec{i} + e\vec{j} + f\vec{k}$

$$\begin{cases} (x:t) & x_a + at = x_b + ds \\ (y:t) & y_a + bt = y_b + es \\ (z:t) & z_a + ct = z_b + fs \end{cases}$$

leikkauspisteen paikkavektori \vec{OP}
kahta eri reittiä

$$\vec{OA} + t\vec{u} = \vec{OB} + s\vec{v}$$

7.5

Laske pisteiden $A = (-5, 1, 10)$ ja $B = (3, 1, 4)$ kautta kulkevan suoran ja pisteiden $C = (0, -3, 4)$ ja $D = (6, 5, 4)$ kautta kulkevan suoran välisen kulman suuruus asteen tarkkuudella.

Suorien suuntavektorit:

$$\vec{u} = \overrightarrow{AB} = 8\vec{i} + 0\vec{j} - 6\vec{k}$$

$$\vec{v} = \overrightarrow{CD} = 6\vec{i} + 8\vec{j} + 0\vec{k}$$

Etintään leikkauspiste
vertaamalla parametrisaatioita

$$\vec{OA} + t\vec{u} = \vec{OC} + s\vec{v}$$

$$\begin{cases} -5 + 8t = 0 + 6s & \text{OK} \\ 1 + 0t = -3 + 8s \Leftrightarrow s = \frac{1}{2} \\ 10 - 6t = 4 + 0s \Leftrightarrow t = +1 \end{cases}$$

Suorien välinen kulma saadaan
suuntavektorien välisenä kulmana

leikkauspiste: $\begin{cases} x = -5 + 8 \cdot 1 = 3 \\ y = 1 \\ z = 10 - 6 \cdot 1 = 4 \end{cases}$

$$\cos(\alpha) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$$

$$\alpha \approx 61^\circ$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 8 \cdot 6 + 0 \cdot 8 + (-6) \cdot 0 = 48$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{8^2 + (-6)^2} = 10$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

$$\cos^{-1}\left(\frac{48}{10 \cdot 10}\right)$$

61.31459799

$$\begin{cases} -5+8t=6s \\ 1=-3+8s \\ 10-6t=4 \end{cases} \Big|_{s, t}$$

$$\left\{ s=\frac{1}{2}, t=1 \right\}$$

[8 0 -6]⇒u

[6 8 0]⇒v

angle(u, v)

$$\cos^{-1}\left(\frac{\text{dotP}(u, v)}{\text{norm}(u)*\text{norm}(v)}\right)$$

[8 0 -6]

[6 8 0]

61.31459799

61.31459799